

数学 1

(i) $(a, b) = (0, -1)$.

(ii) $(a, b) = (-1, 0), (0, -1), (1, 0)$.

(iii) $Q(p) = p - \frac{1}{3}p^3$

(iv) $R(p) = \frac{9}{8} \left(\log \frac{1+p}{1-p} - 2p \right)$

(v) $p = \frac{1}{2}$ のとき最大となり, その最大値は $\frac{19}{12} - \frac{9}{8} \log 3$

数学 2

(i) $f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$

(ii) $h(x) = e^{\frac{x}{2}} - x$ とすると, $h(x)$ の増減表により $h(x) > 0$ となるので, $e^{\frac{x}{2}} > x$.

(iii) $x > 0$ で $0 < x < e^{\frac{x}{2}}$ なので $0 < x^2 < e^x$, $0 < \frac{x}{e^x} < \frac{1}{x}$. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ なので, はさみうちの原理により $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$.

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$

(v) $(1, 0), \left(e, \frac{1}{e}\right)$

(vi) $S = \frac{-e^2 + 6e - 5}{4e}$

数学 3

(i) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \sin 2\theta$

(ii) $S = \frac{1}{2}\sqrt{4\cos^4\theta - 2\cos^2\theta + 1}$

(iii) $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi$ のとき S は最小値 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\theta = 0$ のとき S は最大値 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(iv) $3x - \sqrt{3}y - \sqrt{2}z = 0$

数学 4

(i) $p_2 = \frac{1}{27}, q_2 = \frac{2}{9}, r_2 = \frac{4}{9}$

(ii) $p_3 = \frac{11}{243}, q_3 = \frac{4}{81}, r_3 = \frac{8}{81}$

(iii) $\frac{2}{11}$

(iv) $p_n = \frac{1}{21} \left\{ 1 - \left(\frac{2}{9} \right)^{n-1} \right\}, q_n = \left(\frac{2}{9} \right)^{n-1}, r_n = 2 \left(\frac{2}{9} \right)^{n-1}$

(v) $\frac{62}{7}$