

2025年4月入学  
九州工業大学大学院工学府博士前期課程  
一般選抜 第1回(一般型)

工学専攻 分野5  
(宇宙システム工学)

## 数 学

2024年7月13日(土)  
13:00~15:00

### 注意事項

- 開始の合図があるまで、この面を上にして本紙を閉じておくこと
- 開始の合図後、解答用紙が問題数分揃っているかを確認し、不備があれば  
挙手して監督者に速やかに伝えること
- すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入すること
- 問題ごとに指定の解答用紙に解答すること
- 終了後、解答用紙のみを回収するので、指示に従うこと
- 本紙は持ち帰ってよい

**1**  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  とするとき, 以下に答えよ.

- (1)  $A$  の行列式を求めよ.
- (2)  $A$  の逆行列を求めよ.
- (3)  $A$  の逆行列を用いて連立一次方程式  $Ax = b$  の解を求めよ.

**2** 以下の問題に答えよ.

- (1) 関数  $y = (x^3 + 2x + 3)(x^2 + 2)$  の導関数を求めよ.
- (2) 関数  $y = \cos(x^2 - 2x)$  の導関数を求めよ.
- (3) 関数  $z = \cos(-x^3y^2 + y)$  の  $x$  に関する偏微分を求めよ.
- (4) 以下の不定積分を求めよ.

$$\int \left( x - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx$$

3

関数 $u(x, y)$ について $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ とする時、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ および $\frac{\partial u}{\partial y}$ を $u$ ,  $r$ ,  $\theta$ で表せ.

4

問(1)から(2)に答えよ.

(1) 以下の式が成り立つことを証明せよ.

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

(2)  $z = 1 + i$ の時,  $z^6$ を求めよ.

解答例

I

(1)

$$|A| = 0 + 1 + 1 - 0 - 2 - 2 = -2$$

(2)

余因子行列の各余因子は,

$$\tilde{a}_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\tilde{a}_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3, \quad \tilde{a}_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$\tilde{a}_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1, \quad \tilde{a}_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$A^{-1} = \frac{\tilde{A}^T}{\det A} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(3)

$$\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

解答例

2

(1)

$$\begin{aligned}y' &= (3x^2 + 2)(x^2 + 2) + (x^3 + 2x + 3)(2x) \\ &= (3x^4 + 2x^2 + 6x^2 + 4) + (2x^4 + 4x^2 + 6x) \\ &= 5x^4 + 12x^2 + 6x + 4\end{aligned}$$

(2)

$$u = x^2 - 2x \text{ とおく}$$

$$\begin{aligned}y' &= -\sin u \frac{du}{dx} \\ &= -\sin(x^2 - 2x) \cdot (2x - 2) \\ &= -(2x - 2) \sin(x^2 - 2x)\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial x} &= -\sin(-x^3y^2 + y) \cdot (-3x^2y^2) \\ &= 3x^2y^2 \sin(-x^3y^2 + y)\end{aligned}$$

(4)

$$\int \left( x - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{1}{2}x^2 - 2 \log x - \frac{3}{x} + C$$

(Cは積分定数)

解答例

3

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ を } x \text{ で偏微分して } 2x = 2r \frac{\partial r}{\partial x} \text{ よって } \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{r \cos \theta}{r} = \cos \theta$$

$$y \text{ で偏微分して } 2y = 2r \frac{\partial r}{\partial y} \text{ よって } \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{r \sin \theta}{r} = \sin \theta$$

$$y = x \tan \theta \text{ を } x \text{ で偏微分して } 0 = \tan \theta + \frac{x}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \text{ よって } \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{\sin \theta}{r}$$

$$y \text{ で偏微分して } 1 = \frac{x}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \text{ よって } \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\cos \theta}{r}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial r} \sin \theta + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{r}$$

## 解答例

4

### (1) 数学的帰納法より

(i)  $n = 1$ の時与式は成り立つ

(ii)  $n = k$ の時与式が成り立つと仮定すると

$$\begin{aligned}(\cos \theta + i \sin \theta)^k &= \cos k\theta + i \sin k\theta \\(\cos \theta + i \sin \theta)^{k+1} &= (\cos \theta + i \sin \theta)(\cos k\theta + i \sin k\theta) \\&= \cos \theta \cos k\theta - \sin \theta \sin k\theta + i(\sin \theta \cos k\theta + \cos \theta \sin k\theta) \\&= \cos(k+1)\theta + i \sin(k+1)\theta\end{aligned}$$

となり、 $n = k + 1$ の時も成り立つ。

(2)  $z = 1 + i$ の時、 $z^6$ を求めよ。

$$\begin{aligned}z = 1 + i &= \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \\z^6 &= \left\{ \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right\}^6 = 8 \left( \cos 6 \frac{\pi}{4} + i \sin 6 \frac{\pi}{4} \right) = -8i\end{aligned}$$