

# 問 題 訂 正

「数学」

|      |                                                                   |   |
|------|-------------------------------------------------------------------|---|
| 訂正箇所 | 2 ページ <table border="1"><tr><td>1</td></tr></table> (ii) 上から 2 行目 | 1 |
| 1    |                                                                   |   |
| 誤    | さらに, $n$ 回の . . .                                                 |   |
| 正    | さらに, <u>最初の試行から数えて</u> $n$ 回の . . .                               |   |

令和7年度 入学試験問題

# 数 学

10

（ 前期日程・私費外国人留学生選抜 ）

---

「解答はじめ」の合図があるまでは問題冊子を開いてはいけません。

## 注 意 事 項

1. 問題冊子は1ページから5ページまでの綴りでできています。「解答はじめ」の合図の後、ページの落丁、乱丁あるいは印刷の不鮮明なものがあれば、手をあげて試験監督者に申し出てください。
2. 問題は4問あり、それぞれに解答用紙が1枚（表裏計2ページ）ずつ、合計4枚（8ページ）あります。4枚の解答用紙のすべての表に受験番号を必ず記入してください。解答用紙の裏には受験番号を記入する必要はありません。
3. 解答は該当する解答用紙に記入してください。解答用紙の表と裏では上下が逆になっています。記入の際には注意してください。
4. 問題冊子の空白のページや余白は、下書きに使用してください。
5. 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

2つのさいころを同時に投げることを1回の試行とする。1回の試行につき、2つのさいころの出た目の和が奇数の場合は1点、偶数の場合は2点得られる。さらに、2つのさいころの出た目が同じ場合は、追加で1点得られるとする。次の問いに答えよ。

(i) 5回の試行のあとの合計得点の最小値と最大値を求めよ。

(ii) 5回の試行のあとの合計得点が8である確率を求めよ。

さらに、 $n$ 回の試行のあとの合計得点が奇数である確率を  $a_n$  とする ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )。

(iii)  $a_1, a_2$  をそれぞれ求めよ。

(iv)  $a_{n+1}$  を  $a_n$  を用いて表せ。

(v) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(vi) 5回の試行のあとの合計得点が奇数であった。このとき、4回の試行のあとの合計得点が奇数である条件付き確率を求めよ。

座標平面上の原点  $O$  を頂点とし、点  $F\left(\frac{1}{4}, 0\right)$  を焦点とし、直線  $x = -\frac{1}{4}$  を準線  $l$  とする放物線を  $C$  とする。つまり、 $C$  は  $F$  と  $l$  からの距離が等しい点  $P$  の軌跡である。 $C$  上の 2 点  $Q(s, t)$ ,  $Q'(v, w)$  は、 $s > v$ ,  $t > 0$ ,  $w < 0$  を満たし、さらに直線  $OQ$  と直線  $OQ'$  は垂直であるとする。また、直線  $QQ'$  を  $m$  とする。次の問いに答えよ。

- (i) 放物線  $C$  の方程式を求めよ。
- (ii) 直線  $m$  の傾きを  $t$  を用いて表せ。
- (iii) 直線  $m$  は  $t$  の値によらず、定点  $E$  を通る。この  $E$  の座標を求めよ。
- (iv) 点  $Q$  から  $y$  軸に下ろした垂線を  $QR$  とし、直線  $m$  と  $y$  軸の交点を  $S$  とする。 $t$  の値が変化するとき、 $\triangle QRS$  の面積  $T$  の最小値を求めよ。

$n$  が自然数のとき、関数  $y = x^n e^{-x}$  について、次の問いに答えよ。

- (i)  $n = 1$  の場合の関数  $y = x e^{-x}$  の最大値を求めよ。
- (ii)  $n = 2$  の場合の関数  $y = x^2 e^{-x}$  の極値を求めよ。
- (iii)  $n \geq 3$  の場合の関数  $y = x^n e^{-x}$  のグラフの変曲点を求めよ。
- (iv) (iii) で求めた変曲点のうち、 $y$  座標の値が最大のものはどれか。理由とともに答えよ。ただし、任意の実数  $t > 1$  に対して、 $\left(\frac{t+1}{t-1}\right)^t > e^2$  が成り立つことを用いてよい。
- (v)  $I_n = \int_0^2 x^n e^{-x} dx$  とおくとき、 $I_{n+1}$  を  $I_n$  の式で表せ。

原点を  $O$  とする座標空間に 3 点  $P(b, a - b, 0)$ ,  $Q(0, b, a - b)$ ,  $R(b, 0, a - b)$  がある。ただし,  $a$  と  $b$  は,  $a > b > 0$  を満たす実数とする。次の問いに答えよ。

- (i) 点  $G$  は 2 点  $P$ ,  $R$  を通る直線上にあるものとする。ベクトル  $\overrightarrow{OG}$  と  $\overrightarrow{PR}$  が垂直であるとき, 点  $G$  の座標を,  $a$ ,  $b$  を用いて表せ。
- (ii) ベクトル  $\overrightarrow{QP}$  と  $\overrightarrow{QR}$  のなす角が  $90^\circ$  以上となるための条件を,  $a$ ,  $b$  を用いて表せ。
- (iii)  $\triangle PQR$  の面積を,  $a$ ,  $b$  を用いて表せ。
- (iv) 次の条件を満たす  $a$  の最大値を求めよ。ただし,  $1.7 < \sqrt{3} < 1.8$  を用いてよい。

条件:  $a$ ,  $b$  は自然数であり,  $a > b$  を満たすすべての  $b$  に対して  $\triangle PQR$  の面積が 10 未満である。