解　　答

２０２５	科目名	知的システム：流体力学

問１

ベルヌーイの式より

$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\rho g}+z_2$

$\frac{V_2^2}{2g}=\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1-P_2}{\rho g}$

$V_2^2=V_1^2+\frac{2(P_1-P_2)}{\rho}$

連続の式より

$a_1V_1=a_1V_1 \qquad \therefore V_1=\frac{a_2}{a_1}V_2$

$V_2^2=\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2V_2^2+\frac{2(P_1-P_2)}{\rho}$

$\left(1-\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2\right)V_2^2=\frac{2(P_1-P_2)}{\rho}$

静水圧 $P_1-P_2=(\rho'-\rho)gH$なので，

$V_2^2=\frac{2(\rho'-\rho)gH}{\rho\left(1-\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2\right)}$

$V_2=\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)gH}{\rho\left(1-\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2\right)}}$

$\therefore \boldsymbol{Q=a_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)gH}{\rho\left(1-\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2\right)}}}$

問２

(1)断面積は，$A=\frac{Q}{U}$

流入相対速度は，$U-V$

相対流量は，$A(U-V)=\frac{Q}{U}(U-V)$

$\therefore F=\rho\frac{Q}{U}(U-V)(U-V)$

$=\boldsymbol{\rho\frac{Q}{U}(U-V)^2}$

(2)　平板になされる仕事率は，

$P = FV = \rho \frac{Q}{U}(U - V)^2 V$

$\frac{dP}{dV} = \rho \frac{Q}{U}(U^2 - 4UV + 3V^2)$

$= \rho \frac{Q}{U}(U - V)(U - 3V)$

$V < U$ で P が最大となるのは，$U = 3V$ なので，

$\therefore \boldsymbol{\frac{V}{U} = \frac{1}{3}}$ **の時**

問３

(1) 管中央（$r = 0$）

(2) $\tau = -\mu \frac{du}{dr} = -\mu u_{max} \frac{d}{dr}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$

$= \frac{2\mu u_{max}}{R^2} r$

$r = R$ の時，壁面せん断応力は，

$\boldsymbol{\tau = \frac{2\mu u_{max}}{R}}$

(3) 面積 $= 2\pi RL$

$F = \tau \cdot 2\pi RL = \boldsymbol{4\pi\mu u_{max} L}$