問題用紙

2025	科目名	知能情報：離散数学系科目群	1 / 2	通し番号	
------	-----	---------------	-------	------	--

問題 1

$A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c\}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1-1) $2^A - 2^B$ を外延的記法 (すべての要素を書き並べる記法) で表せ. ただし, 演算子 “-” は差集合を表すものとする.
- (1-2) $B \times A$ を外延的記法で表せ.
- (1-3) A 上の二項関係のうち対称的であるものは全部で何個存在するか.
- (1-4) A 上の二項関係のうち反射的かつ反対称的であるものは全部で何個存在するか.
- (1-5) A から B への全域的関数は全部で何個存在するか.
- (1-6) 2^A から B への全域的関数のうち全射でないものは全部で何個存在するか.

問題 2

$\mathbf{Z}^+$ を正の整数からなる集合, すなわち $\mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ とする. 以下のように定義される $\mathbf{Z}^+$ 上の各二項関係 R_i は, 反射性, 対称性, 反対称性, 推移性のうちどの性質を満たすか. 満たす場合には $\circ$ を, 満たさない場合には反例を解答欄に記入せよ. たとえば反対称性に対する反例の場合, 「 $1R_i3$ かつ $3R_i1$ であるが $1 \neq 3$ 」のように書くこと.

$$xR_1y \Leftrightarrow \exists n \in \mathbf{Z}^+ \text{ s.t. } x + 2y = 2n$$

$$xR_2y \Leftrightarrow \exists n \in \mathbf{Z}^+ \text{ s.t. } xy = 3^{n-1}$$

問題用紙

2025	科目名	知能情報：離散数学系科目群	2 / 2	通し番号	
------	-----	---------------	-------	------	--

問題 3

$\Sigma = \{a, b\}$ とする. 以下の (3-1)~(3-8) について, 正しい場合は○を, 正しくない場合は×を記入せよ. ただし, $|x|_c$ は記号列 $x \in \Sigma^*$ に含まれる記号 $c \in \Sigma$ の個数を表す.

- (3-1) Σ の上の言語 $\{xabbx \mid x \in \Sigma^*\}$ は正規言語である.
- (3-2) Σ の上の言語 $\{x \mid x \in \Sigma^*, |x|_a = |x|_b\}$ を認識する有限オートマトンが存在する.
- (3-3) Σ の上の言語 $\{x \mid x \in \Sigma^*, |x|_a \text{ は } 17 \text{ の倍数}\}$ は正規表現で表現できる.
- (3-4) Σ の上の言語 $\{xy \mid x, y \in \Sigma^*, |x|_a = |y|_a\}$ は正規言語である.
- (3-5) 形式文法 $(\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, S \rightarrow bSa\}, S)$ が生成する言語を認識する有限オートマトンが存在する.
- (3-6) 形式文法 $(\{S, A\}, \Sigma, \{S \rightarrow bS, S \rightarrow aA, A \rightarrow a\}, S)$ が生成する言語は正規言語である.
- (3-7) 非決定性有限オートマトンが認識する任意の言語 L に対して, L を認識する決定性有限オートマトンが存在する.
- (3-8) 2つの言語 L_1, L_2 が正規言語ならば, $L_1 \cup L_2$ も正規言語である.