

問題用紙

2025	科目名	情報基礎（確率・統計）	1 / 2	通し番号	
------	-----	-------------	-------	------	--

問題 1

確率変数 X が以下の確率密度関数 $f(x)$ に従うとする.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

(1) $f(x)$ の x についての積分の値が1となることを示せ.

(2) $f(x)$ の期待値 $E(X)$ が次の式となることを証明せよ.

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

なお、期待値は以下の式を用いて計算できる.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

また、必要に応じて以下の部分積分の公式を参照せよ.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

(3) $E(X^2)$ が次の式となることを示せ.

$$E(X^2) = \frac{2}{\lambda^2}$$

(4) ある電子機器の寿命は平均2年の指数分布にしたがう.

このことから、この電子機器の寿命がしたがう指数分布の確率密度関数は上記 $f(x)$ の形で示される.この時、定数 λ を求めよ.

また、この電子機器が2年以内に壊れる確率を求めよ.

ただし、 $e^{-1} = 0.368$ とする.

問題用紙

2025	科目名	情報基礎（確率・統計）	2 / 2	通し番号	
------	-----	-------------	-------	------	--

問題 2

(1) あるテーマパーク A の入場者の発券状態（前売り券、当日券）の比率は、（前売り券枚数/当日券枚数）=0.6である。このテーマパークの入場記念としてバッジ（ブルー または グリーン）を1つ自由を選んで貰える。過去の統計データによれば、前売り券でブルーのバッジを選ぶ人の確率が、 $P(\text{ブルー} | \text{前売り券}) = 0.3$ 、当日券でブルーのバッジを選ぶ人の確率が、 $P(\text{ブルー} | \text{当日券}) = 0.02$ であることがわかっている。バッジのブルーを選んだ人が、前売り券で入場した確率を求めよ。

(2) 平日と週末の売り上げ比率 X と、ソフトクリームの種類別（抹茶、バニラ）の売り上げ比率 Y 、ジュースの種類別（コーラ、オレンジ、ウーロン茶）の売り上げ比率 Z が表1のようであった。それぞれ確率変数 X, Y, Z とみなすとき、 X と Y 、 X と Z について互いに独立であるかどうかを式と値を用いて示せ。

表1 テーマパーク A の売上げ比率

品目	平日	週末	小計
ソフト（抹茶）	0.15	0.45	0.60
ソフト（バニラ）	0.10	0.30	0.40
小計	0.25	0.75	
ジュース（コーラ）	0.10	0.40	0.50
ジュース（オレンジ）	0.07	0.23	0.30
ジュース（ウーロン茶）	0.03	0.17	0.20
小計	0.20	0.80	

(3) 別のテーマパーク B における平日と週末の1週間のソフトクリームの種類別の売り上げ数は表2であった。

表2 テーマパーク B での売上げ数

品目	平日	週末	計[個]
ソフト（抹茶）	250	350	600
ソフト（バニラ）	20	80	100
ソフト（ミックス）	130	170	300
計[個]	400	600	

このテーマパークでの営業日の違い（平日か週末）とソフトクリームの種類別の売り上げ（抹茶、バニラ、ミックス）は独立でないといえるか、有意水準5%で検定せよ。

なお、標本 A_i と B_j が独立であるとしたときの期待度数 m_{ij} に対して、検定統計量 X を

$$X = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{(x_{ij} - m_{ij})^2}{m_{ij}}$$

とすると、 X は近似的に自由度 $(p-1)(q-1)$ の χ^2 分布に従う。性質 A, B が独立であるかどうかの独立性の検定は、 X の実現値を x とおくと、有意水準が $100\alpha\%$ ($0 < \alpha < 1$) のときの棄却域が以下で示されることを利用せよ。

$$\chi_{(p-1)(q-1)}^2(\alpha) \leq x$$

表3 $\chi_n^2(\alpha)$ 分布表（抜粋）

α	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
n						
1	0.4549	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210	10.60
3	2.366	6.251	7.815	9.348	11.34	12.84
4	3.357	7.779	9.488	11.14	13.28	14.86

