

1. 図1に示すように2次元の定常な水噴流がノズルから速度 V_j で平板に衝突流として作用するとき、以下の問いに答えよ。ただし、平板は固定されているものとし、重力の影響は無視できると仮定する。また、水の密度は ρ 、噴流 V_j の断面積は A_j とする。

- (1) 噴流が平板に垂直に衝突するとき、図1中の破線領域内の質量保存則を V_j , V_u , V_d , A_j , A_u , A_d などを用いて表せ。ただし、 V_u , V_d は平板を上下に流れる水の速度、 A_u , A_d は上下に流れる水の断面積である。

質量保存則から

$$\rho A_j V_j = \rho A_u V_u + \rho A_d V_d$$

- (2) 衝突後の上下に流れる断面積が、 $A_u = A_d = A_j/2$ となる時、 V_u , V_d をそれぞれ V_j で表せ。

題意から、 $A_u = A_d = A_j/2$ として(1)の質量保存則に代入すると

$$2V_j = V_u + V_d$$

対称性から

$$V_u = V_d = V_j$$

- (3) (2)のとき、流体から平板に作用する力のうち、噴流の流れ方向(x 方向)成分 R_x 、および流れの垂直方向(y 方向)成分 R_y を、運動量の法則から求めよ。

運動量の法則から

x 方向の力 R_x は

$$R_x = [\rho A_j V_j] V_j$$

y 方向の力 R_y は

$$R_y = 0$$

2. 下記文章の [] 内に入る適切な用語を記入せよ。

物体が静止している流体中を移動するときや流れている流体中に静止した物体があるとき、物体は流体から力をうける。この力のうち流れの方向の成分を[A]、流れに垂直方向の成分を[B]という。[A]には、[C]と[D]の2種類ある。流体が物体の表面を流れるとき、物体は流体から粘性による力を受けるが、この力の流れ方向成分を表面全体にわたって積分したものが[C]である。一方、流線形でない円柱などの鈍頭物体では、物体の流れが表面からはがれて、流線が保持できなくなり、表面の特定の位置から渦などが発生する。このときに生じるものが[D]である。

A	<u> 抵抗力 </u>	B	<u> 揚力 </u>
C	<u> 摩擦抵抗力 </u>	D	<u> 圧力抵抗力 </u>

3. 円管内層流について、以下の問いに答えよ。

- (1) 図2に示すような十分に発達した円管内層流の運動方程式は、軸方向速度を u 、管にかかる圧力勾配を dp/dx (=一定)、粘性係数を μ (=一定) とすれば、

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \mu \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx}$$

と表すことができる。

この方程式から、図2に示すような半径 R の円管内の速度 u の r 方向分布を求めよ。

方程式を r 方向に2回積分すると

$$u = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

境界条件として、 $r=R$ で $u=0$,

$$r=0 \text{ で有限値であることから } C_1=0, \quad C_2 = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dp}{dx}$$

$$u = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2)$$

- (2) (1) のときの流れを何と呼ぶか。

ハーゲン・ポアズイユ流れ

- (3) 円管内の流量 Q を dp/dx で表すと、以下の式となることを示せ。

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{dp}{dx}$$

流量の定義から

$$Q = \int_S u dS$$

軸対称の積分を考慮して

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} \int_0^R (R^2 - r^2) (2\pi r) dr \\ &= -\frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{dp}{dx} \end{aligned}$$