

2025 年 4 月入学
九州工業大学大学院工学府博士前期課程
一般選抜 第 2 回（一般型）

工学専攻 分野 5
(宇宙システム工学)

数 学

2024 年 11 月 23 日（土）
13:00～15:00

注意事項

- 開始の合図があるまで、この面を上にして本紙を閉じておくこと
- 開始の合図後、解答用紙が問題数分揃っているかを確認し、不備があれば
挙手して監督者に速やかに伝えること
- すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入すること
- 問題ごとに指定の解答用紙に解答すること
- 終了後、解答用紙のみを回収するので、指示に従うこと
- 本紙は持ち帰ってよい

1

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ とするとき、以下に答えよ。

- (1) A の行列式を求めよ。
- (2) A の逆行列を求めよ。
- (3) A の逆行列を用いて連立一次方程式 $Ax = b$ の解を求めよ。

2

以下の問題に答えよ。

- (1) 関数 $y = \sin(2x)(x+1)$ の導関数を求めよ。
- (2) 関数 $y = \frac{1}{\cos(x^2)}$ の導関数を求めよ。
- (3) 関数 $z = \cos(x^2y^2 + x)$ の y に関する偏微分を求めよ。
- (4) 以下の不定積分を求めよ。

$$\int (\cos(3x) + \sin(2x)) dx$$

3

$\vec{A}(1,1,0)$, $\vec{B}(1,1,\sqrt{2})$ とする時、問(1)から(3)に答えよ。

(1) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ を求めよ。

(2) $\vec{A} \times \vec{B}$ を求めよ。

(3) $\vec{A}$ と $\vec{B}$ のなす角 θ を $\vec{A} \cdot \vec{B}$ を用いて求めよ。

(4) $\vec{A}$ と $\vec{B}$ のなす角 θ を $\vec{A} \times \vec{B}$ を用いて求めよ。

4

問(1)から(3)の関数をマクローリン展開し、それぞれ x^3 の項まで求めよ。

(1) e^x

(2) $\sin 2x$

(3) $e^x \sin 2x$

解答例



(1) 8 点

$$|A| = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 3 = -3$$

(2) 8 点

余因子行列の各余因子は,

$$\tilde{a}_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \tilde{a}_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\tilde{a}_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3, \quad \tilde{a}_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2, \quad \tilde{a}_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\tilde{a}_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 9, \quad \tilde{a}_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -1, \quad \tilde{a}_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -3$$

$$A^{-1} = \frac{\tilde{A}^T}{\det A} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} 0 & -3 & 9 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 9 点

$$\boldsymbol{x} = A^{-1}\boldsymbol{b}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

解答例

2

(1) 6 点

$$y' = 2(x + 1) \cos(2x) + \sin(2x)$$

(2) 6 点

$$y' = \frac{2x \sin(x^2)}{\cos^2(x^2)}$$

(3) 6 点

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial y} &= -\sin(x^2 y^2 + x) \cdot (2x^2 y) \\ &= -2x^2 y \sin(x^2 y^2 + x) \end{aligned}$$

(4) 7 点

$$\int (\cos(3x) + \sin(2x)) dx = \frac{\sin(3x)}{3} - \frac{\cos(2x)}{2} + C$$

(Cは積分定数)

解答例

3

$$\vec{A} = (1, 1, 0), \quad \vec{B} = (1, 1, \sqrt{2})$$

(1) 6 点

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 1 + 1 + 0 = 2$$

(2) 6 点

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$
$$\vec{A} \times \vec{B} = (\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 0)$$

(3) 6 点

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \frac{2}{\sqrt{1+1}\sqrt{1+1+2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

(4) 7 点

$$\sin \theta = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \frac{\sqrt{2+2}}{\sqrt{1+1}\sqrt{1+1+2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

解答例

4

(1) 8 点

$$e^x = e^0 + \frac{e^0}{1!}x + \frac{e^0}{2!}x^2 + \frac{e^0}{3!}x^3 = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3$$

(2) 8 点

$$\sin 2x = \sin 0 + \frac{2 \cos 0}{1!}x - \frac{4 \sin 0}{2!}x^2 - \frac{8 \cos 0}{3!}x^3 = 2x - \frac{4}{3}x^3$$

(3) 9 点

$$\begin{aligned} e^x \sin 2x &= \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3\right) \left(2x - \frac{4}{3}x^3\right) \\ &= 2x - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{4}{3}x^4 + x^3 - \frac{2}{3}x^5 + \frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{9}x^6 \end{aligned}$$

x^3 までの項を求めると

$$e^x \sin 2x = 2x + 2x^2 - \frac{x^3}{3}$$