

数学 解答

1. 点 $A\left(-\frac{\alpha}{3}, -\frac{2\beta}{3}\right)$, 点 $B\left(-\frac{\alpha}{3}, \frac{\beta}{3}\right)$, 点 $C\left(\frac{2\alpha}{3}, \frac{\beta}{3}\right)$ で構成される三角形の内部及び周を領域 D とすると
 き, 以下の二重積分を計算せよ. ここに, α と β は実数($\alpha>0, \beta>0$)である.

$$\iint_D y^2 dx dy$$

【解答】

$$\iint_D y^2 dx dy = \frac{\alpha\beta^3}{36}$$

2. 次の連立1次方程式を逆行列を用いて解け.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

【解答】

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 7 & 11 & 1 \\ -4 & -2 & 8 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8/15 \\ 4/15 \\ -1/3 \end{pmatrix}$$

3. 以下の偏微分方程式がある. ここに, $C > 0$ である.

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

- (1) $u(x, t) = X(x)T(t)$ である場合, $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$ と $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ を計算せよ.

- (2) $\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{X(x)} = -\lambda$ である場合, $u(x, t)$ の一般解を求めよ. ただし, λ は実数の定数である.

【解答】

$$(1) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = X(x) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = T(t) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$$

(2)

・ $\lambda > 0$ の場合

$$u(x, t) = \left\{ A \cos(C\sqrt{\lambda}t) + B \sin(C\sqrt{\lambda}t) \right\} \left\{ C \cos(\sqrt{\lambda}x) + D \sin(\sqrt{\lambda}x) \right\} //$$

・ $\lambda < 0$ の場合

$$u(x, t) = \left(A e^{C\sqrt{-\lambda}t} + B e^{-C\sqrt{-\lambda}t} \right) \left(C e^{\sqrt{-\lambda}x} + D e^{-\sqrt{-\lambda}x} \right) //$$

・ $\lambda = 0$ の場合

$$u(x, t) = (At + B)(Cx + D) //$$