

2025 年 4 月入学
九州工業大学大学院工学府博士前期課程
一般選抜 第 1 回（一般型）

工学専攻 分野 5・6
(機械宇宙システム工学・電気宇宙システム工学)

物 理

2024 年 7 月 13 日 (土)
13:00～15:00

注意事項

- 開始の合図があるまで，この面を上にして本紙を閉じておくこと
- 開始の合図後，解答用紙が問題数分揃っているかを確認し，不備があれば
挙手して監督者に速やかに伝えること
- すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入すること
- 問題ごとに指定の解答用紙に解答すること
- 終了後，解答用紙のみを回収するので，指示に従うこと
- 本紙は持ち帰ってよい

図 1-1 に示すように斜面上を滑らずに転がり落ちる円柱がある。原点 O において円柱が静止した状態を時刻 $t = 0$ として、ここから転がり落ちるとき、以下の設問に円柱の半径 r 、長さ L 、質量 m 、斜面の水平からの傾き角 θ 、重力加速度 g 、高さ h 、のいずれかのみ（導出過程において変数・係数を定義してもよいが、最終解答には使用しないこと）を用いて答えなさい。導出の過程は省略せず、明瞭に記述すること。ただし斜面に沿って下る方向を x 軸、斜面の垂直上方向を y 軸とする。

- (1) 転がり落ちる円柱の重心の加速度を導出せよ。ただし運動方程式を用いて導出すること。
- (2) 円柱が静止位置から高さ h だけ斜面を転がり落ちた時の円柱の重心の速度を、設問(1)の解答から導出せよ。
- (3) 円柱が静止位置から高さ h だけ斜面を転がり落ちた時の円柱の重心の速度を、エネルギー保存則を用いて導出せよ。

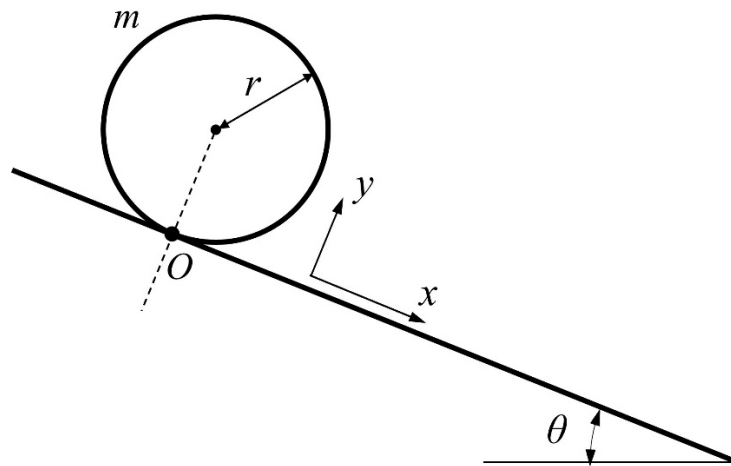
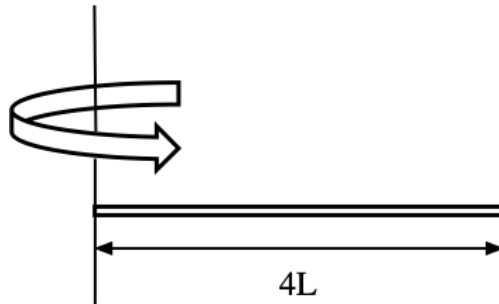
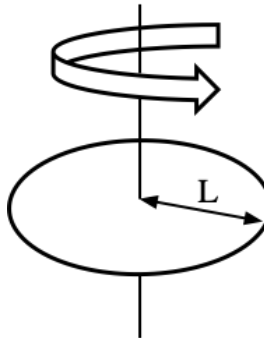


図 1-1

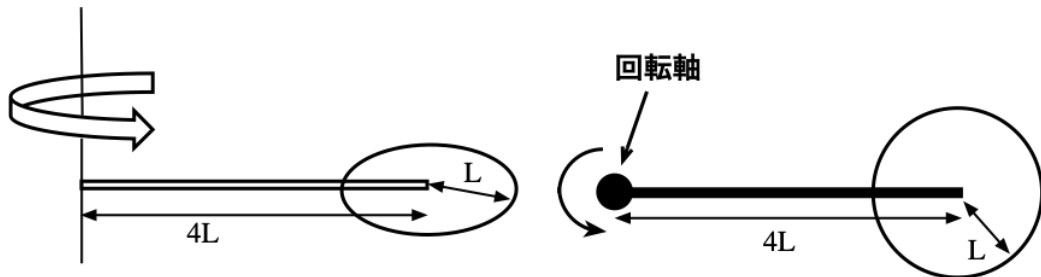
- (1) 長さ $4L$ 、質量 M_1 の一様な細い棒を、図のように端点を通る、棒に垂直な直線を軸として回転させたときの慣性モーメントを、微小領域の慣性モーメントの積分によって導出せよ。



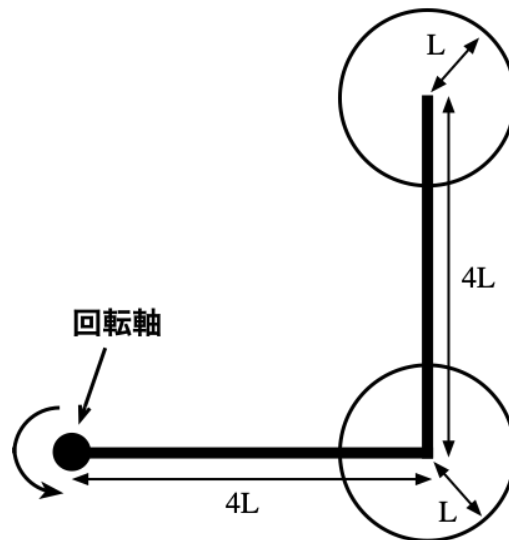
- (2) 半径が L 、質量 M_2 の一様な薄い円形の板を、図のように円の中心を通り、板面に垂直な直線を軸として回転させたときの慣性モーメントを、微小領域の慣性モーメントの積分によって導出せよ。



- (3) 設問(1)の棒に、図のように設問(2)の円形の板を連結し、回転させたときの慣性モーメントを、設問(1)(2)で求めた慣性モーメントおよび平行軸の定理を使用して解答せよ。円形の板の板面は、回転軸に対して垂直であり、円の中心と棒の端点の位置は一致している。真上から見ると右図のようになる。



- (4) 設問(3)の棒と円形の板に、さらに棒と円形の板を図のように連結し、回転させたときの慣性モーメントを、設問(1)(2)(3)で求めた慣性モーメントおよび平行軸の定理を使用して解答せよ。2本の棒は端点で連結し、直交している。棒と円形の板は全て同一平面上にある。それぞれの円と棒の端点の位置は一致している。



摩擦のないピストンのついたシリンダー中の理想気体の状態を変化させた。その際に行った熱力学的操作に関する以下の各設問に解答せよ。気体の量を n [mol]、気体定数を R [J / mol K] とし、これらの記号および体積、温度を表す添字付きの V [m³]、 T [K] を用いて単位をつけて解答せよ。導出過程において他の記号を必要とする場合は、定義を行った上で使用し、導出結果には用いないこと。

- (1) n [mol] の理想気体について、温度を T_1 [K] に保ったまま、その体積を V_1 [m³] から V_2 [m³] になるまで準静的に膨張させたとき、この気体がした仕事を導出せよ。解答の導出は、ピストンの面積を a 、 x 軸方向に移動するピストンの移動の始点を b_1 、終点を b_2 とした以下の式から開始し、 a 、 x 、 b_1 、 b_2 の各記号は導出結果には用いないこと。

$$\int_{b_1}^{b_2} P a \, dx$$

- (2) 設問 (1) における圧力変化を、単位を [Pa] として求めよ。
- (3) 設問 (1) における気体の内部エネルギー変化を求めよ。
- (4) 設問 (1) において気体が吸収した熱量を求めよ。
- (5) 設問 (1) における気体のエントロピー変化を求めよ。

真空中の無限に長い直線導線に電流 i_1 が流れている。同じ平面内に直線導線から垂直距離 d の点 P (x 軸上) を中心とする半径 a 、抵抗 R の円形導線が配置されている。この時、以下の設問に答えなさい。導出の過程は省略せず、明瞭に記述すること。

(1) 図 4-1 に示す、電流 i_1 が流れる直線導線上の微小電流線素 $d\vec{y}$ によって生じる磁束密度 $d\vec{B}$ を積分することによって、無限直線電流により円形導線内の極座標で示された微小領域を貫く磁束 $d\Phi$ を導出しなさい。ただし真空中の透磁率 μ_0 、 d 、電流 i_1 、 r 、 dr 、 θ 、 $d\theta$ のいずれかのみ（導出過程において変数・係数を定義してもよいが、最終解答には使用しないこと）を用いて答えること。

(2) 円形導線を x 軸の正方向に速度 v で動かした。このとき円形導線の微小要素に対する設問(1)の結果から、円形導線に流れる電流 i_2 を導出しなさい。ただし真空中の透磁率 μ_0 、 d 、電流 i_1 、半径 a 、抵抗 R 、および速度 v のいずれかのみ（導出過程において変数・係数を定義してもよいが、最終解答には使用しないこと）を用いて答えること。

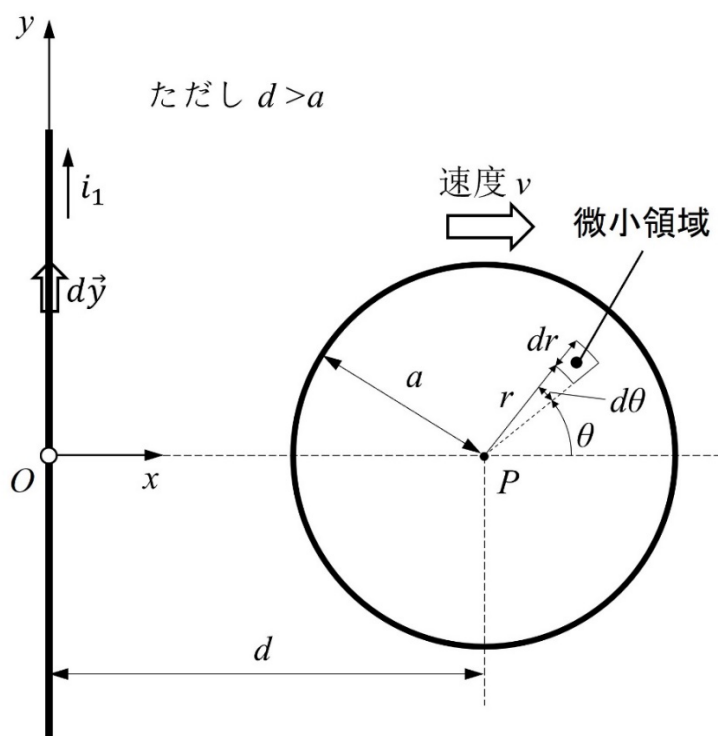


図 4-1

I

(1)

重心の並進運動の運動方程式、重心まわりの回転運動の運動方程式、円柱の重心の速度と円柱の回転角・回転の角速度との間の関係式、および円柱の重心まわりの慣性モーメントより

$$\frac{2}{3}g \sin \theta$$

(2)

設問(1)の解答を積分して高さ h だけ斜面を転がり落ちた時の速度は

$$\sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

(3)

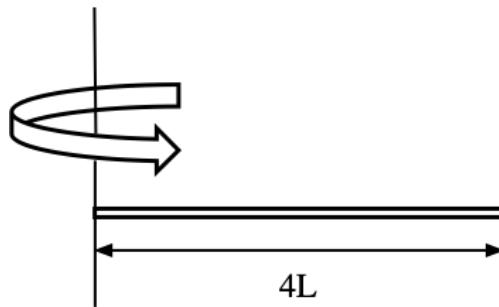
エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 = mgh$$

これを用いて高さ h だけ斜面を転がり落ちた時の速度は

$$\sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

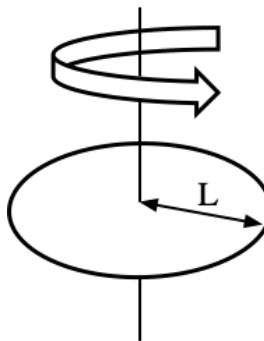
- (1) 長さ $4L$ 、質量 M_1 の一様な細い棒を、図のように端点を通る、棒に垂直な直線を軸として回転させたときの慣性モーメントを、微小領域の慣性モーメントの積分によって導出せよ。



$$\rho = \frac{M_1}{4L}$$

$$\int_0^{4L} \rho x^2 dx = \rho \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^{4L} = \frac{1}{3} \rho (4L)^3 = \frac{64}{3} \rho L^3 = \frac{64}{3} \frac{M_1}{4L} L^3 = \frac{16}{3} M_1 L^2$$

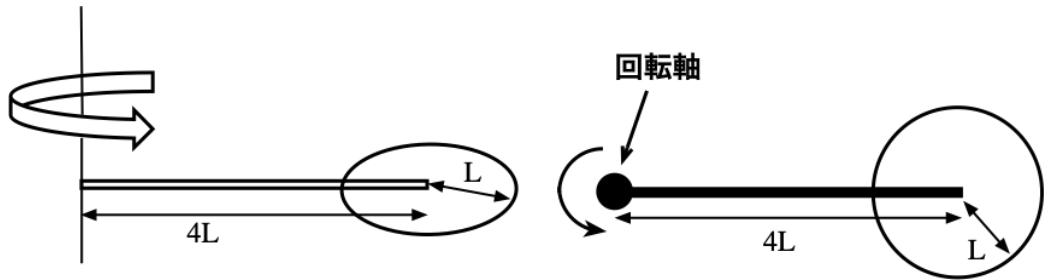
- (2) 半径が L 、質量 M_2 の一様な薄い円形の板を、図のように円の中心を通り、板面に垂直な直線を軸として回転させたときの慣性モーメントを、微小領域の慣性モーメントの積分によって導出せよ。



$$\rho = \frac{M_2}{\pi L^2}$$

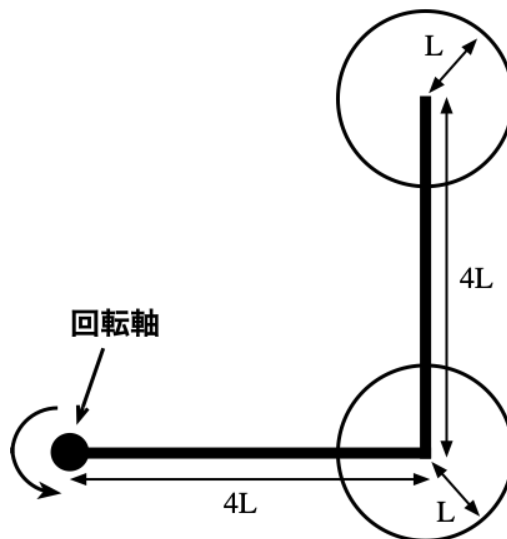
$$\int_0^L \rho r^2 2\pi r dr = \rho 2\pi \left[\frac{1}{4} r^4 \right]_0^L = \frac{\rho \pi L^4}{2} = \frac{M_2}{\pi L^2} \frac{\pi L^4}{2} = \frac{M_2 L^2}{2}$$

- (3) 設問(1)の棒に、図のように設問(2)の円形の板を連結し、回転させたときの慣性モーメントを、設問(1)(2)で求めた慣性モーメントおよび平行軸の定理を使用して解答せよ。円形の板の板面は、回転軸に対して垂直であり、円の中心と棒の端点の位置は一致している。真上から見ると右図のようになる。



$$\begin{aligned} & \frac{16}{3} M_1 L^2 + \frac{M_2 L^2}{2} + 16 M_2 L^2 \\ & = L^2 \left(\frac{16}{3} M_1 + \frac{33}{2} M_2 \right) \end{aligned}$$

- (4) 設問(3)の棒と円形の板に、さらに棒と円形の板を図のように連結し、回転させたときの慣性モーメントを、設問(1)(2)(3)で求めた慣性モーメントおよび平行軸の定理を使用して解答せよ。2本の棒は端点で連結し、直交している。棒と円形の板は全て同一平面上にある。それぞれの円と棒の端点の位置は一致している。



棒を重心（中心）で回転させたときのモーメント

$$\rho = \frac{M_1}{4L}$$

$$\int_{-2L}^{2L} \rho x^2 dx = \rho \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-2L}^{2L} = \frac{1}{3} \rho \{ (2L)^3 - (-2L)^3 \} = \frac{16}{3} \rho L^3 = \frac{16}{3} \frac{M_1}{4L} L^3 = \frac{4}{3} M_1 L^2$$

設問3と共通する部分のモーメント

$$L^2 \left(\frac{16}{3} M_1 + \frac{33}{2} M_2 \right)$$

新たに追加した棒のモーメント

$$\frac{4}{3} M_1 L^2 + M_1 (16L^2 + 4L^2) = \frac{64}{3} M_1 L^2$$

新たに追加した円形の板のモーメント

$$\frac{M_2 L^2}{2} + M_2 (16L^2 + 16L^2) = \frac{65}{2} M_2 L^2$$

全体のモーメント

$$L^2 \left(\frac{80}{3} M_1 + 49 M_2 \right)$$

摩擦のないピストンのついたシリンダー中の理想気体の状態を変化させた。その際に行った熱力学的操作に関する以下の各設問に解答せよ。気体の量を n [mol]、気体定数を R [J / mol K] とし、これらの記号および圧力、体積、温度を表す添字付きの V [m³]、 T [K] を用いて単位をつけて解答せよ。導出過程において他の記号を必要とする場合は、定義を行った上で使用し、導出結果には用いないこと。

- (1) n [mol] の理想気体について、温度を T_1 [Pa] に保ったまま、その体積を V_1 [m³] から V_2 [m³] になるまで準静的に膨張させたとき、この気体がした仕事を導出せよ。解答の導出は、ピストンの面積を a 、 x 軸方向に移動するピストンの移動の始点を b_1 、終点を b_2 とした以下の式から開始し、 a 、 x 、 b_1 、 b_2 の各記号は導出結果には用いないこと。

$$\int_{b_1}^{b_2} P a \, dx$$

$$W = \int_{b_1}^{b_2} P a \, dx = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{v} dv = nRT_1 [\log v]_{V_1}^{V_2} = nRT_1 (\log V_2 - \log V_1) = nRT_1 \log \frac{V_2}{V_1} \quad [\text{J}]$$

- (2) 設問 (1) における圧力変化を、単位を [Pa] として求めよ。

$$P_2 - P_1 = \frac{nRT_1}{V_2} - \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_1(V_1 - V_2)}{V_1 V_2} \quad [\text{Pa}]$$

- (3) 設問 (1) における気体の内部エネルギー変化を求めよ。

$$\Delta U = nC_v \Delta T = 0 \quad [\text{J}]$$

- (4) 設問 (1) において気体が吸収した熱量を求めよ。

$$\Delta U = 0 \text{ より}$$

$$\Delta Q = W = nRT_1 \log \frac{V_2}{V_1} \quad [\text{J}]$$

- (5) 設問 (1) における気体のエントロピー変化を求めよ。

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_1} = nR \log \frac{V_2}{V_1} \quad [\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})]$$

(1)

ビオサバールの法則より

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 d\vec{y} \times \vec{l}}{r^3}$$

直線導線上で積分すると無限直線導線による点 P における磁束密度は

$$\frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

したがって円形導線の微小領域を貫く磁束は

$$\frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d + r \cos \theta)} r d\theta dr$$

(2)

設問(1)を積分すると円形導線内を通過する磁束は

$$\mu_0 i_1 (d - \sqrt{d^2 - a^2})$$

誘導起電力により円形導線に流れる電流 i_2 は、直線導線からの距離 d が、速度 v により変化することを考慮すると

$$\frac{\mu_0 i_1}{R} v \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 - a^2}} - 1 \right)$$