九州工業大学大学院　工学府　博士前期課程

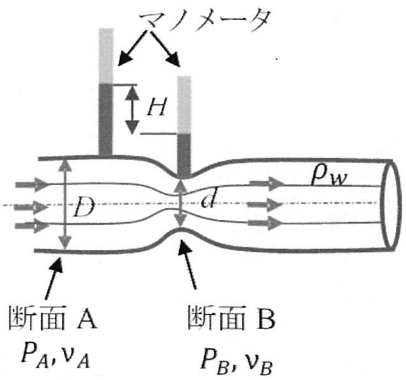
工学専攻　分野３（知能制御工学コース）入学試験問題

2024

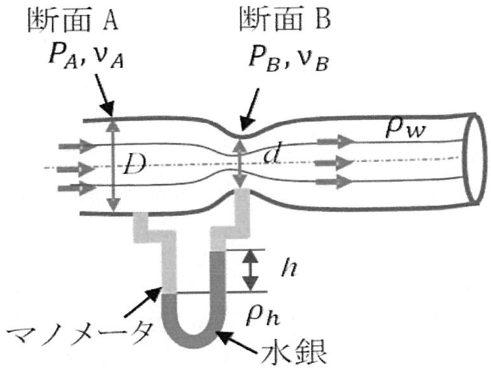
計測制御工学

問題【１】,【２】は必修問題である．また,【３】～【８】は選択問題で，これらの中から３題選ぶこと．なお，解答用紙は必ず５題分提出すること．

【１】[必修] 図 1-1 は，流量測定用の絞りのあるベンチュリ管で，(a)は上部に２本のマノメータ（圧力測定計器）があり，(b)は水銀の入っているＵ字管マノメータが下部に接続している．管は水平に取り付けられ，その中を矢印の向きに流体が流れている様子を表している．この流管の圧力損失は無視でき，流体は非圧縮性完全流体の定常流であるとする．以下の問いに答えよ．



(a) 上部にマノメータがある場合



(b) 下部にマノメータがある場合

図 1-1　ベンチュリ管

(1) 図 1-1(a)のように，流体の密度をρ_w，流れに垂直な断面 A，断面 B（しぼり部）を考える．断面 A では直径 D [mm], 圧力 P_A [Pa], 平均流速 v_A [m/s], 断面 B では直径 d [mm] ($d<D$), 圧力 P_B [Pa] ，平均流速 v_B [m/s]とする．また，流体の密度をρ_wとする．マノメータで測定した流体の高さの差が H [mm]であるとき，ベルヌーイの定理（流管は水平なので位置エネルギーは無視してよい）および連続方程式を用いて，管内の流量 Q が次式で与えられることを証明せよ．

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}} \tag{1}$$

ただし，g [m/s^2]は重力加速度である．

(2) 図 1-1(b)では，同図(a)と同じ測定をＵ字管マノメータで行っている．流体の密度を ρ_w [kg/m^3]，水銀の密度を ρ_h [kg/m^3]，水銀の高さの差を h とすれば，(a)のマノメータの差 H と h との関係は次式で与えられることを証明せよ．

$$H = h\left(\frac{\rho_h}{\rho_w} - 1\right) \tag{2}$$

(3) 管の断面 A と断面 B の直径はそれぞれ，D=400[mm]，d=200[mm]，ρ_h= 13600[kg/m^3]，ρ_w= 1000[kg/m^3]，水銀の高さの差 h=800[mm]，g = 9.807[m/s^2]のとき，流量 Q[m^3/s]の値を有効数字 3 桁で求めよ．

【2】[必修]　時定数 $T(>0)$，ゲイン定数 $K(>0)$ の 1 次遅れ系

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} \tag{2-1}$$

のベクトル軌跡を描くため，(2-1) 式において $s = j\omega$ とした周波数伝達関数を

$$G(j\omega) = x + jy \tag{2-2}$$

と表した．ただし，j は虚数単位であり，ω は角波数，また，x と y は ω の実関数である．以下の問いに答えよ．

(1)　x と y を求めよ．

(2)　$\omega = 0$ と $\omega = \infty$ の場合について，$G(j\omega)$ を求めよ．

(3)　x と y の関係式を，ω を含めない形で求めよ．

(4)　y の最小値および，そのときの ω を求めよ．

(5)　(1)〜(4) の結果を用いて，$G(s)$ のベクトル軌跡を描け．

【3】[選択]　以下の問いに答えよ．なお，回路のスイッチ S を $t = 0$ のときに閉じるものとする．また，コンデンサの初期電荷は $q(0) = 0$ である．

(1)　図 3-1 の回路を流れる電流 $i_1(t)$ の時間応答を求めよ．

(2)　図 3-2 の回路において，$R_1 = 4[\Omega]$，$R_2 = 3[\Omega]$，$L = 6[\mathrm{H}]$，$C = 500[\mathrm{mF}]$ とする．電源から流れる電流 $i_2(t)$ の時間応答を求めよ．
ヒント：まずは電流 $i_3(t)$ と電流 $i_4(t)$ を考える．

(3)　図 3-2 の回路において，電源から流れる電流 $i_2(t)$ が時間 t に依存しない値になるためには，R_1 と R_2 と L と C の間にどのような条件が成り立つべきか求めよ．

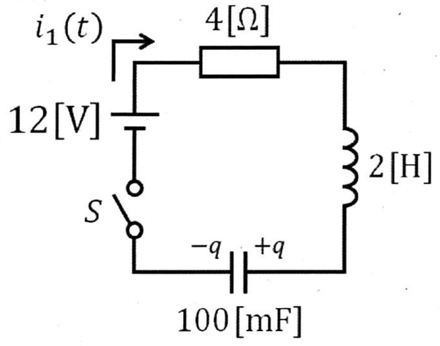


図 3-1

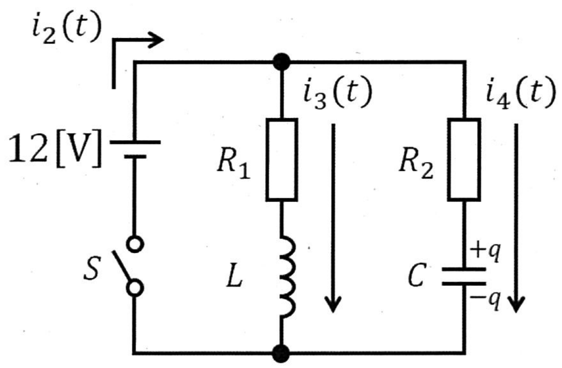


図 3-2

【4】[選択] 図 4-1 に機械の振動が地面に伝わるのを抑制する防振機構のモデルを示す．このモデルでは質量m [kg]の機械が，粘性減衰係数c [N/(m/s)]のダンパと，ばね定数k [N/m]のばねを介して地面に設置されている．機械には加振力$f(t)$ [N]が加わるものとし，つり合いの位置を原点として図 4-1 のように機械の位置座標$x(t)$[m]を取るとする．このモデルの円固有振動数を$\omega_n = \sqrt{k/m}$，減衰比$\zeta = c/(2\sqrt{mk})$とする．以下の問いに答えよ．

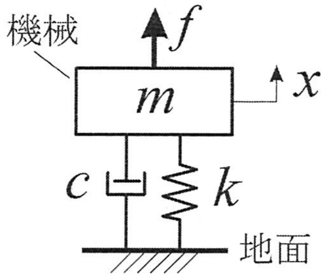


図 4-1 防振機構のモデル

(1) このモデルのxに関する運動方程式をcとkを用いずに答えよ．

(2) 機械の振動が地面に伝わる力は$f_B = c\dot{x} + kx$と書ける．加振力fから地面に伝わる力f_Bへの伝達関数$G_B(s)$をcとkを用いずに答えよ．

(3) 伝達関数$G_B(s)$の周波数応答$G_B(j\omega)$を振動数比$\Omega = \omega/\omega_n$を導入して，$G_B(\Omega)$の形で答えよ．

(4) 力伝達率を$T(\Omega) = |G_B(\Omega)|$とする．$T(\Omega) = 1$となる$\Omega$を求めよ．

(5) 図 4-1 の防振機構が定常振動状態にあるものとして，以下の条件で粘性減衰係数c [N/(m/s)]とばね定数k [N/m]を設計せよ．

① 機械の質量$m = 100$ [kg]

② 加振力f [N]の振動数が$4\sqrt{2}$ [rad/s]以上のとき防振効果が得られる

③ $\Omega = 1$のときの力伝達率$T(\Omega)$を$\sqrt{2}$以下にする

④ kを出来るだけ大きくする

⑤ ①～④を満たした上で，cをできるだけ小さくする

【５】[選択]　ソートアルゴリズムにおける以下の問いに答えよ．

（１）Merge sort アルゴリズム全体の手順を疑似コードで書け．

（２）Merge sort アルゴリズムにより，ソート済みの部分列 a,b を整列して新しい列 c を求める手順を，以下の部分列 a,b を用いて図示せよ．

部分列 a:6, 9, 13, 18, 21, 25, 26

部分列 b:3, 7, 16, 20, 22

（３）Merge sort アルゴリズムの最悪計算時間とアルゴリズムの安定性を判断せよ．

（４）木構造を利用するアルゴリズムに，木の節を系統的に１つ残らず調べ，各節に１回だけ立ち寄る方法がある．下図 5-1 に示す木構造に対し，行きがけ順，通りがけ順，帰りがけ順の探索結果を示せ．

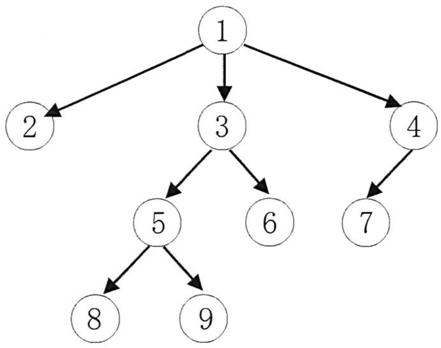


図 5-1　木構造

【6】[選択]　k [N/m] のバネ，c [Ns/m] のダンパ，質量 m [kg] の重りにより構成される振動システム（図 6-1）を考える．$f(t)$ [N] は重りに加えられる制御力であり，$x(t)$ は重りの位置である．なお，$f(t) = 0$ [N] のときに振動システムが静止したときの重りの位置を原点としている．このシステムおいて，重りは左右に動くが回転運動はしないものとして以下の問題に答えよ．

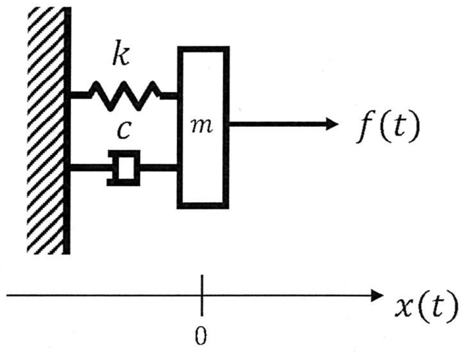


図 6-1　振動システム

(1)　振動システムの左右方向の運動方程式を導出せよ．

(2)　$m = 1$ [kg]，$k = 9$ [N/m]，$c = 1$ [Ns/m] であるものとする．制御力が $f(t) = 9 + \sin 3t$ [N] で与えられるとき，重りの位置の定常応答 $x_s(t)$ を求めよ．

(3)　$m = 1$ [kg]，$k = 4$ [N/m]，$c = 1$ [Ns/m] であるものとし，つぎのコントローラを考える．

$$f(t) = -g_1 x(t) - g_2 \dot{x}(t) - g_3 \int_0^t (x(\tau) - r) d\tau$$

制御システムの固有値が -1，$-2, -3$ となり，$\lim_{t\to\infty} x(t) = 2$ となるフィードバックゲイン g_1，g_2，g_3 ならびに目標値 r を設計せよ．

(4)　$m = 1$ [kg]，$k = 4 + \Delta k$ [N/m]，$c = 1 + \Delta c$ [Ns/m] とする．ここで，Δk，Δc は未知パラメータ（定数）である．つぎのコントローラ

$$f(t) = -\dot{x}(t) - \int_0^t (x(\tau) - r) d\tau$$

を用いたとき，制御システムが安定となる未知パラメータ Δk，Δc の範囲を図示せよ．なお，r は目標値（定数）である．

【7】[選択]　入力 $u(t)$，出力 $y(t)$ のシステム

$$\ddot{y}(t) - 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \dot{u}(t) + 2u(t) \tag{7-1}$$

を制御対象とする制御系設計に関して，以下の問いに答えよ．

(1)　状態変数を $\boldsymbol{x}(t) = [\ x_1(t)\ \ x_2(t)\ ]^T$ とした制御対象の状態方程式と出力方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t),\ \ y(t) = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}(t) \tag{7-2}$$

の $A \in \boldsymbol{R}^{2\times2}$，$\boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}^2$ と $\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}^2$ を，可制御正準形式で表せ．

(2)　状態フィードバックゲインベクトル $\boldsymbol{f} = [\ f_1\ \ f_2\ ]^T$ を用いて，制御入力 $u(t) = -\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x}(t)$ の制御系を構成したい．制御系の極を -1 の重極に設定する $\boldsymbol{f}$ を求めよ．

(3)　(2) で求めた $\boldsymbol{f}$ と新たなスカラゲイン f_0 を用いて，制御入力 $u(t) = f_0\{Kr - y(t)\} - \boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x}(t)$ の制御系を構成したい．ただし，r は $y(t)$ の目標値（定数），K は定数である．制御系が安定極を持つための f_0 の条件を求めるとともに，制御系の定常偏差を零とする K を f_0 を用いて表せ．

【8】［選択］　つぎの微分方程式で表現される制御対象を考える．

$$\dot{y}(t) = 5y(t) + f(u), \quad y(t),\ u(t),\ f(u)\ \in R$$

以下の問いに答えよ．なお，$y(t)$ は制御量，$u(t)$ は制御入力，$f(u)$ は非線形関数を表している．

(1) 非線形関数が $f(u) = u(t)$ で与えられるものとする．制御対象を漸近安定化できるコントローラをリアプノフの安定論を用いて設計せよ．

(2) 非線形関数が $f(u) = 2u(t)$ で与えられるものとする．$\lim_{t\to\infty} y(t) = -1$ となるコントローラをリアプノフの安定論を用いて設計せよ．

(3) 非線形関数 $f(u)$ が

$$f(0) = 0, \text{ and } u(t)f(u) \geq 0.2u(t)^2$$

の関係を満足しているものとする．制御対象が漸近安定となるコントローラを設計せよ．