

数学 解答

1. 関数 $f(t) = a + b \cdot e^{-kt}$ がある. ここに, a, b, k は正の定数である. 以下の問いに答えよ.

(1) $t \rightarrow \infty$ の場合の $f(t)$ を求めよ.

(2) $\int_0^T f(t) dt$ を求めよ.

【解答】

(1) $f(t) = a$

(2) $\int_0^T f(t) dt = \left[at - \frac{1}{k} b \cdot e^{-kt} \right]_0^T = aT + \frac{b}{k} (1 - e^{-kT})$

2. 関数 $z = f(x, y)$ は, 偏導関数がすべて存在し, かつ偏導関数がすべて連続とする. z を座標 (ξ, η) に座標

変換した. この時, $\frac{\partial z}{\partial x}$ と $\frac{\partial z}{\partial y}$ の全ての項を, ξ, η に関する微分で表せ.

【解答】

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right)$$

3. 次の微分方程式を解きなさい.

$$(x - 3y - 5) \frac{dy}{dx} = (3x + y - 5)$$

【解答】

$$\frac{y+1}{x-2} = \tan \left[\frac{3}{2} \log \left\{ (x-2)^2 + (y+1)^2 \right\} + C \right] //$$