

## 数学、理科(物理・化学)

40

## (後期日程)

「解答はじめ」の合図があるまでは問題冊子を開いてはいけません。

## 注意事項

- 各出題教科・科目のページおよび選択方法は、次のとおりです。

出題教科・科目	ページ	選択方法
数学	2～6	
理科	物理	数学、物理、化学のうちから1つを選択し、解答してください。
	化学	7～13 14～25

工学部の工学2類を志望する者および工学部の工学3類を第1志望とする者で、理科を選択した場合は、「物理」を受験しなければ、当該類の合否判定の対象とはなりません。

- 問題冊子は1ページから25ページまでの綴りでできています。「解答はじめ」の合図の後、ページの落丁、乱丁あるいは印刷の不鮮明なものがあれば、手をあげて試験監督者に申し出てください。
- 問題冊子の各出題教科・科目の最初のページに、問題数および解答上の注意事項等が示されていますので確認してください。
- 解答は該当する解答用紙の解答欄に記入してください。
- 問題それに解答用紙が1枚ずつありますので、選択解答する教科・科目の解答用紙のすべてに受験番号を必ず記入してください。
- 問題冊子の空白のページや余白は、下書き用紙として使用してください。
- 選択しなかった教科・科目の解答用紙は、試験終了後に回収しますので、試験監督者の指示に従ってください。
- 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

# 数 学

問題番号	ページ	解答用紙番号
数学 1	3	41
数学 2	4	42
数学 3	5	43
数学 4	6	44

## 注 意 事 項

1. 数学を選択した場合は、数学 1 から数学 4 を解答してください。
2. 解答用紙は全問とも表裏の計 2 ページになっており、表と裏では上下が逆になっています。記入の際には注意してください。

# 数学 1

$x > -1$  の範囲で定義された関数  $g(x)$  を  $g(x) = x - \log(x + 1)$  とする。ただし、対数は  $e = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$  を底とする自然対数とする。また、 $a$  ( $0 < a < 1$ ) を定数とし、2つの曲線  $y = ag(x)$ ,  $y = g(ax)$ , および直線  $x = t$  ( $t > 0$ ) によって囲まれた図形の面積を  $S(t)$  とする。次に答えよ。

(i) 曲線  $y = g(x)$  は  $x$  軸に接することを示せ。

(ii)  $\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{g(x)}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ , および  $\lim_{x \rightarrow \infty} g'(x)$  を調べよ。

(iii)  $x > -1$  の範囲で定義された関数  $f(x)$  を  $f(x) = ag(x) - g(ax)$  とする。このとき,  $x > -1$  において,  $f(x) \geq 0$  であることを示せ。

(iv)  $\lim_{t \rightarrow \infty} tS''(t) = \frac{3}{4}$  となる  $a$  の値を求めよ。

(v)  $a$  を (iv) で求めた値とする。0 でない実数  $b$  に対して,

$2 \log(ab + 1) = \log(b + 1)$  が成り立つとする。このとき,  $b$  の値を求めよ。

(vi) (iv) と (v) で求めた  $a$  と  $b$  に対して,  $S(b)$  を求めよ。

## 数学 2

$n$  を自然数とする。関数  $f(x)$  に対して,  $f^{(n)}(x)$  は関数  $f(x)$  を  $n$  回微分することによって得られる第  $n$  次導関数とする。また,  $f^{(0)}(x) = f(x)$  とし,  $e$  は自然対数の底とする。次に答えよ。

( i )  $g(x)$  と  $h(x)$  を何回でも微分可能な関数とし,  $f(x) = g(x)h(x)$  とする。このとき,  $n = 1, 2, \dots$  に対して,

$$f^{(n)}(x) = \sum_{i=0}^n {}_n C_i g^{(i)}(x) h^{(n-i)}(x)$$

が成り立つことを数学的帰納法によって示せ。ただし,  $i \geq 1$  に対して,  ${}_n C_i$  は  $n$  個のものから  $i$  個とった組合せの総数を表し,  ${}_n C_0 = 1$  とする。

( ii )  $b$  を定数とし,  $F(x) = e^{\frac{1}{2}bx^2}$  とする。このとき,  $F^{(1)}(x)$  を求めよ。

( iii )  $F(x)$  を ( ii ) で与えられた関数とする。このとき,  $k = 0, 1, \dots$  に対して,  $F^{(2k+1)}(0)$  と  $F^{(2k)}(0)$  を求めよ。

( iv )  $a, b$  を定数とし,  $f(x) = e^{ax+\frac{1}{2}bx^2}$  とする。このとき,  $f^{(7)}(0)$  を求めよ。

# 数学 3

箱 A には数字の 1 が記入されたカードと数字の 2 が記入されたカードがそれぞれ 1 枚ずつ、合計 2 枚入っている。箱 B には数字が記入されたカードが合計 4 枚入っている。これらの箱の 1 つに対して次の試行を行う。

箱からカード 1 枚を無作為に取り出し、カードの数字を調べてから箱に戻す。これを 3 回繰り返し、調べた 3 つの数の和を  $X$  とする。

次に答えよ。

- (i) 箱 A に対する試行で、 $X = 5$  となる確率を求めよ。
- (ii) 箱 B には 数字の 1 が記入されたカードが 1 枚と 数字の 2 が記入されたカードが 3 枚入っているとする。このとき、箱 B に対する試行で、 $X = 5$  となる確率を求めよ。
- (iii) 箱 B には 数字の 1 が記入されたカードが 1 枚と 数字の 2 が記入されたカードが 3 枚入っているとする。このとき、箱 A と箱 B のいずれか 1 つを無作為に選択して試行を行ったところ、 $X = 5$  であった。試行が行われた箱が箱 B である条件付き確率を求めよ。
- (iv) 箱 B を空にし、以下の手順を 4 回繰り返すことにより、箱 B に合計 4 枚のカードを入れる。この箱 B に対して試行を行ったところ、 $X = 5$  であった。このとき、箱 B の中身が数字の 1 が記入されたカードが 1 枚と 数字の 2 が記入されたカードが 3 枚である条件付き確率を求めよ。

(手順)

箱 A からカード 1 枚を無作為に取り出し、カードの数字を調べてから、箱 A に戻し、調べた数字を白紙のカードに記入し、その記入したカードを箱 B に入れる。

# 数学 4

実数  $x$  に対して,  $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す。次に答えよ。

- ( i )  $-2 \leq x \leq 2$  の範囲において,  $y = [x]$  のグラフをかけ。
- ( ii )  $a, b$  を実数とする。このとき, すべての実数  $x$  に対して,  $x + a < [x]$  が成り立つような  $a$  の最大値を求めよ。また, すべての実数  $x$  に対して,  $[x] \leq x + b$  が成り立つような  $b$  の最小値を求めよ。
- ( iii )  $[x] - 3x + 3 = 0$  の解を求めよ。ただし, (ii) を利用してもよい。
- ( iv )  $x^2 - 6[x] + 5 = 0$  の解を求めよ。
- ( v )  $[x^2] - 6x + 5 = 0$  の解を求めよ。ただし, 必要ならば  $\sqrt{5} = 2.236\dots$  を利用してもよい。

# 物 理

問題番号	ページ	解答用紙番号
物理 1	8～9	5 1
物理 2	10～11	5 2
物理 3	12～13	5 3

## 注 意 事 項

1. 物理を選択した場合は、物理1から物理3を解答してください。
2. 解答は該当する解答用紙の解答欄に記入してください。途中の計算は計算欄にできるだけ記入してください。
3. 解答用紙の裏面には何も記入しないでください。

# 物理 1

図 1 のような、水平面から角度  $\theta$ だけ傾いたなめらかで動かない斜面がある。斜面上の地点 O から  $h$  の高さにある、質量  $m$  で大きさの無視できるボールをそっと放して自由落下させたところ、ボールが速さ  $V_O$  で斜面の地点 O に衝突してはね返った。その後、ボールは地点 A で再び斜面に衝突してはね返り、衝突とはね返りが繰り返された。ボールと斜面との間の反発係数(はね返り係数)を  $e$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。座標の原点を地点 O とし、斜面に平行で斜面下向きを正とする  $x$  軸と、斜面に垂直で上向きを正とする  $y$  軸をとる。ボールは  $xy$  平面内でのみ運動するものとする。時刻を  $t$  とし、地点 O で衝突したときの時刻を  $t = 0$  とする。なお、なめらかな斜面との衝突では、斜面に垂直な垂直抗力のみが衝突時のボールの速度を変化させる。

- [1] まず、図 1 に示すように、ボールが地点 O で 1 回目の衝突をして、次に地点 A で衝突するまでの場合を考える。以下の設問 (1) から (8) では、設問 (2) と (8) を除き、数字ならびに  $m$ ,  $V_O$ ,  $\theta$ ,  $e$ ,  $g$ ,  $t$  の中から必要なものを用いて解答せよ。

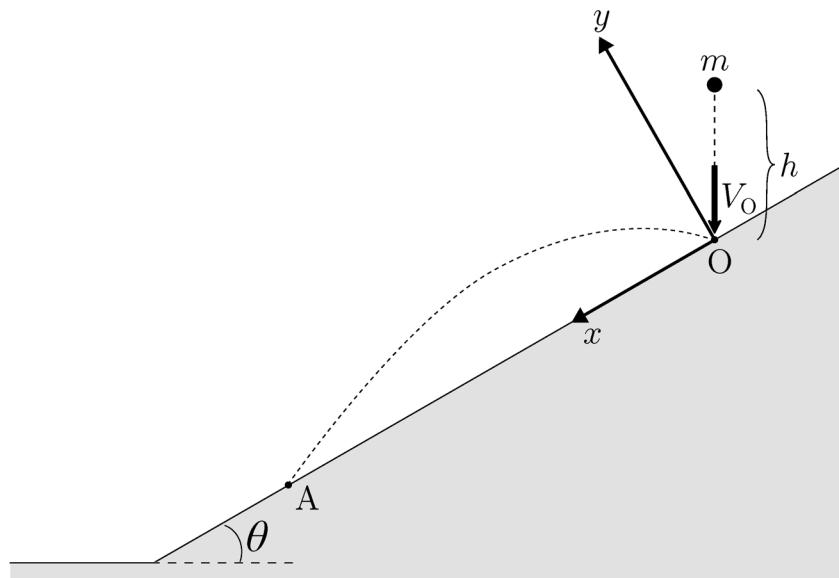


図 1

- (1) 重力加速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。
- (2) 地点 O で斜面に衝突する直前のボールの速さ  $V_O$  を数字ならびに  $g$  と  $h$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 地点 O で斜面に衝突する直前のボールの速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。
- (4) 地点 O での衝突直後のボールの速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。
- (5) 地点 O で衝突してから地点 A で衝突するまでの、ある時刻  $t$  におけるボールの速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。

- (6) 地点 O で衝突してから地点 A で衝突するまでの、ある時刻  $t$  におけるボールの位置の  $x$  座標と  $y$  座標を求めよ。
- (7) 地点 O で衝突してから地点 A で衝突するまでに要する時間  $T_1$  を求めよ。
- (8)  $\theta = 30^\circ$  のとき、地点 O と地点 A の間の距離が  $4h$  だった。この事実から、反発係数  $e$  の値を有効数字 2 桁で解答せよ。
- [2] 次に、図 2 に示すように、質量  $m$  の大きさの無視できるボールが地点 O で斜面に衝突し、地点 A で 2 回目の衝突をした後、再び地点 B で 3 回目の衝突をして、その後も衝突とはね返りが繰り返される場合を考える。ただし、反発係数  $e$  は設問 (8) のときの値とは異なるものとし、ボールがはね返り運動を繰り返す間に、ボールは斜面下端に到達しないものとする。地点 O で衝突してから地点 A で衝突するまでの間で、ボールの位置の  $y$  座標が最大になるところを点 P、地点 A で衝突してから地点 B で衝突するまでの間で、位置の  $y$  座標が最大になるところを点 Q とする。以下の設問 (9) から (12) では、設問 (11) を除き、数字ならびに  $m, V_O, \theta, e, g$  の中から必要なものを用いて解答せよ。

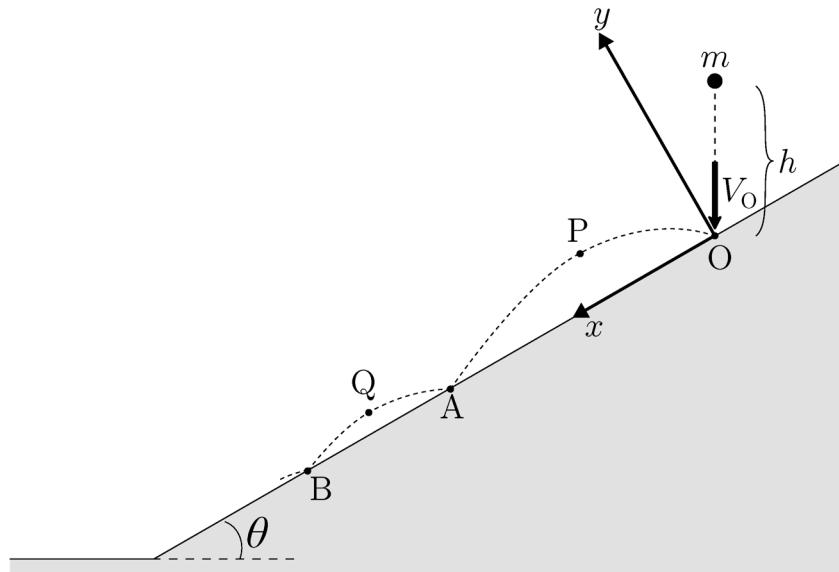


図 2

- (9) 地点 A での衝突直後のボールの速度の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。
- (10) 地点 A で衝突してから地点 B で衝突するまでに要する時間  $T_2$  を求めよ。
- (11) 地点 O での衝突を 1 回目の衝突とする。1 回目の衝突から  $n$  回目 ( $n > 1$ ) の衝突までに要する時間を求める計算過程を解答欄の枠内で説明せよ。ただし、設問 (7) および (10) で求めた  $T_1, T_2$  の結果より、 $(n - 1)$  回目の衝突から  $n$  回目の衝突までに要する時間  $T_{n-1}$  を類推し、その表式を数字ならびに  $V_O, e, g, n$  を用いて明記すること。
- (12) 点 Q の位置の  $y$  座標は、点 P の位置の  $y$  座標の何倍か。

## 物理 2

真空中にある  $xy$  平面上の点電荷がつくる電場(電界)および  $xy$  平面に垂直な方向に流れる直流の直線電流がつくる磁場(磁界)について以下の設問に答えよ。ただし、真空中でのクーロンの法則の比例定数を  $k_0$ 、真空の透磁率を  $\mu_0$ 、円周率を  $\pi$  とする。

- [1] 図 1 のように、 $x$  軸上にある点 A に電気量  $+2Q$  の点電荷、点 B に電気量  $-Q$  の点電荷をそれぞれ固定した。ただし、 $Q > 0$  とし、OA 間および OB 間の距離は等しく  $a$  である。以下の設問(1)から(6)では、語句の選択および図で解答する設問以外は、数字ならびに  $k_0$ ,  $Q$ ,  $a$  の中から必要なものを用いて答えよ。

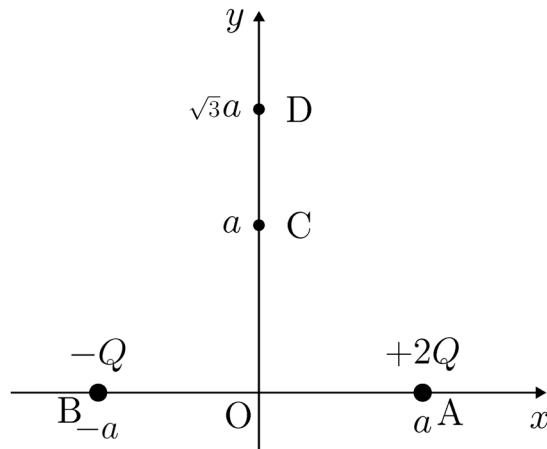


図 1

- (1) 点 A の  $+2Q$  の点電荷と点 B の  $-Q$  の点電荷の間にはたらく静電気力の大きさ  $F_{AB}$  を求めよ。またこの力は引力または斥力のどちらか。解答欄の一方を丸で囲め。
- (2) 点 O から  $y$  軸上の正の向きに距離  $a$  だけ離れた点を点 C とする。点 A の  $+2Q$  の点電荷が点 C につくる電場  $\vec{E}_A$  の強さ  $E_A$ 、および点 B の  $-Q$  の点電荷が点 C につくる電場  $\vec{E}_B$  の強さ  $E_B$  をそれぞれ求めよ。
- (3) 点 C での  $\vec{E}_A$  と  $\vec{E}_B$  の合成電場  $\vec{E}_C$  の強さ  $E_C$  と電位  $V_C$  を求めよ。ただし、電位の基準は無限遠とする。
- (4) 点 A の  $+2Q$  の点電荷が点 C につくる電場  $\vec{E}_A$  が解答欄の図のように示されるとする。点 B の  $-Q$  の点電荷が点 C につくる電場  $\vec{E}_B$ 、および点 C での  $\vec{E}_A$  と  $\vec{E}_B$  の合成電場  $\vec{E}_C$  を解答欄に図示し、それぞれのベクトルの近くに  $\vec{E}_A$  と同様に記号  $\vec{E}_B$ ,  $\vec{E}_C$  を記入せよ。

以下の設問(5)および(6)では、図 1 の空間において  $x$  軸に平行に一様な電場  $\vec{E}$  をかける場合を考える。

- (5) 電場  $\vec{E}$  をかけることにより、点 A の  $+2Q$  の点電荷にはたらく静電気力は  $\vec{0}$  となった。電場  $\vec{E}$  の強さ  $E$  を求めよ。また、電場  $\vec{E}$  の向きは、 $x$  軸の正の向き、負の向きのどちらか。解答欄には正または負と記入せよ。

- (6) 図1の点Aの $+2Q$ の点電荷を、点Oから $\sqrt{3}a$ 離れたy軸上の点Dにゆっくりと移した。この移動のために加えた外力がした仕事Wを求めよ。
- [2] 図2に示すようにxy平面上の点O, 点Rおよび点Sを通る, xy平面に垂直に固定された3本の十分長い直線状の導線がある。それぞれの導線には直流の直線電流 $I, 2I, I$ が図2の向きに流れている。ただし、 $\odot$ は紙面の裏から表への向き、 $\otimes$ は表から裏への向きを表す。またOR間およびOS間の距離は $d$ である。以下の設問において、設問(7)から(9)の向き、および設問(10)の図で解答する設問以外は、数字ならびに $\mu_0, I, d, \pi$ の中から必要なものを用いて答えよ。設問(7)から(9)の向きについては、図3の中から適切な向きを選んで(ア)～(シ)の記号で答えよ。ただし、図3ではx軸およびy軸方向の目盛の間隔は等しいものとする。
- (7) 点Rを通る直線電流がつくる点Oでの磁場 $\vec{H}_R$ の強さ $H_R$ と向き、および点Sを通る直線電流がつくる点Oでの磁場 $\vec{H}_S$ の強さ $H_S$ と向きをそれぞれ求めよ。
- (8) 点Rおよび点Sを通る直線電流がつくる磁場の、点Oでの合成磁場を $\vec{H}_O$ とする。磁場 $\vec{H}_O$ の強さ $H_O$ と向きをそれぞれ求めよ。
- (9) 点Oを通る導線が点Rおよび点Sを通る電流から单位長さ当たりに受ける力の合力を $\vec{F}_O$ とする。合力 $\vec{F}_O$ の大きさ $F_O$ と向きをそれぞれ求めよ。
- (10) xy平面に垂直な1本の直線状の導線を、点Oを中心とした半径 $d$ の円周上のある点Tを通るように追加し、これに電流を流した。その結果、点R, 点S, 点Tを通る直線電流から点Oを通る導線が受ける力の合力は $\vec{0}$ になった。追加する電流の大きさ $I_T$ を求めよ。また、点Tの位置と電流の向きを記号( $\odot$ または $\otimes$ )を用いて解答欄のxy平面に図示せよ。ただし、点Tの位置には2つの候補があるのでそれらをすべて示すこと。

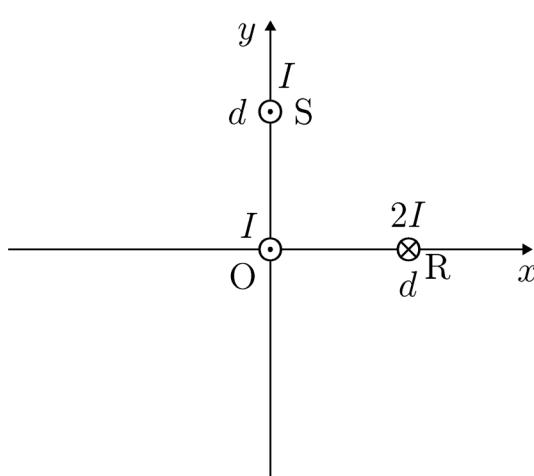


図2

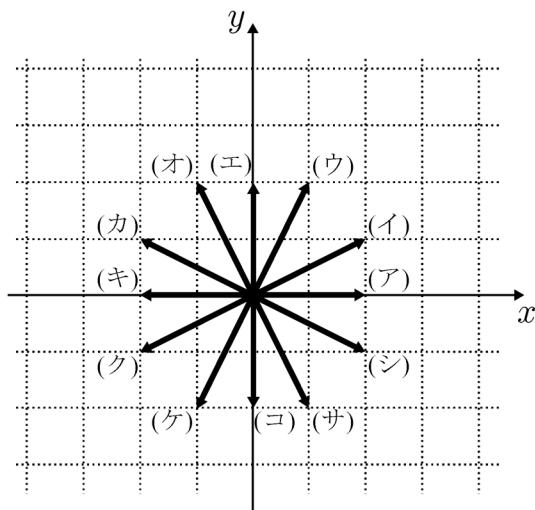


図3

# 物理 3

図 1(a) のように、なめらかに動くピストンを持つシリンダーが鉛直におかれており、シリンダー内に 1 モルの単原子分子理想気体が封入されている。ピストンとシリンダーは断熱材でできており、シリンダー内には気体を加熱・冷却できる装置がある。ピストンの断面積は  $S$  であり、その上に最初はある液体をためておく。シリンダー底面からの高さ  $3L$  に排水口があり、この高さに達した液体は排出される。シリンダーにはストッパーがあり、ピストンは高さ  $L$  以上で動くことができる。ピストンとシリンダーの厚みおよび質量は無視できる。ストッパーと加熱・冷却装置の体積は無視できる。重力加速度の大きさは  $g$ 、大気圧は  $p_0$ 、液体の密度は一様で  $\rho$  である。設問(2), (3), (4), (5), (8) は数字ならびに  $S, L, g, p_0, \rho, p_A$  の中から必要なものを、設問(7) および(9) の ① ~ ④ は数字ならびに  $S, L, g, p_0, \rho, k$  の中から必要なものを用いて解答せよ。

[1] はじめ、図 1(a) のように、ピストンは高さ  $L$  で静止しており、このときの液面の高さは  $2L$  である。この状態を状態 A とする。状態 A の気体の圧力は  $p_A$ 、絶対温度は  $T_A$  である。状態 A の気体をゆっくり加熱したところ、ピストンがストッパーから離れて動きはじめた。ピストンが動く直前の状態を状態 B とする。

(1) 状態 B では、気体の圧力によりピストンに加わる力と、ピストン上の液体の重力および大気圧によりピストンに加わる力がつり合っている。この関係から、状態 B における気体の圧力  $p_B$  を、 $L, g, p_0, \rho$  を用いて解答せよ。

(2) 状態 B における気体の温度  $T_B$  は、温度  $T_A$  の何倍であるか。

(3) 状態 A から状態 B への過程で気体が得た熱量  $Q_1$  はいくらか。

その後もゆっくり気体を加熱したところ、ピストンが上昇し、やがて図 1(b) のように高さ  $2L$  で静止した。この状態を状態 C とし、液体はまだ排出されていない。

(4) 状態 C における気体の温度  $T_C$  は  $T_B$  の何倍であるか。

(5) 状態 B から状態 C への過程で気体が得た熱量  $Q_2$  はいくらか。

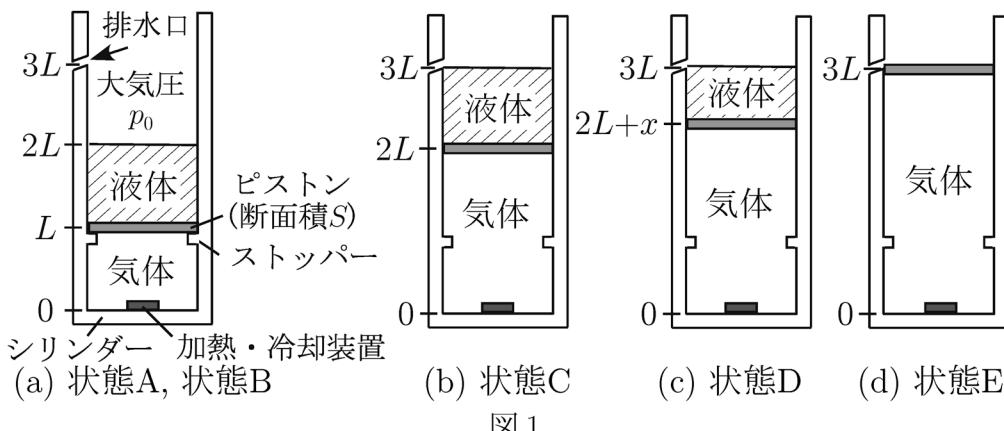


図 1

続いて、気体をゆっくり加熱したところ、やがてピストンの高さが状態 C より  $x$ だけ上昇して静止した。この状態を状態 D [図 1(c)] とし、この状態の気体の体積を  $V_D$  とする。その後さらに、加熱・冷却装置の作動を続け、気体をゆっくりと膨張させたところ、図 1(d) のように高さ  $3L$  でピストンが静止した。この状態を状態 E とする。ただし、状態 E で気体が排水口から漏れることはないとする。

(6) 体積  $V_D$  を、数字ならびに  $S, L, x$  の中から必要なものを用いて解答せよ。

(7) 状態 D の気体の圧力  $p_D$  と体積  $V_D$  の間には、 $p_D = \boxed{①} \times V_D + \boxed{②}$  の関係がある。 $\boxed{①}$  と  $\boxed{②}$  に入る数式を解答せよ。さらに、状態 B から状態 E に至る過程での圧力  $p$  と体積  $V$  の関係を、解答用紙の  $p-V$  グラフに記入せよ。ただし、状態 B, C, E の各点を黒丸 (●) を用いて明記すること。

(8) 状態 C から状態 E の過程で、気体が得た熱量  $Q_3$  と  $LS$  の比  $\frac{Q_3}{LS}$  はいくらか。

[2] 次に、図 2(a) のように、天井にばね定数  $k$  の軽いばねの上端を固定し、設問 [1] の状態 A と同じ条件から実験を開始し、同じ手順で実験を進めた。ばねはピストンの移動方向にのみ伸縮するものとし、ばねが液体に入ったときの液体中のばねの体積は無視する。また、ばねは、はじめ自然長で、図 2(a) のように下端は高さ  $2L$  にある。ゆっくりと気体を加熱した結果、図 2(b) のように高さ  $2L$  でピストンが静止した。この状態を状態 C' とする。その後、気体をゆっくり加熱したところ、ばねが縮みはじめ、ピストンの高さが状態 C' より  $x$ だけ上昇して静止した。この状態を状態 D' [図 2(c)] とし、この状態の気体の体積を  $V_{D'}$  とする。

(9) 状態 D' の気体の圧力  $p_{D'}$  と体積  $V_{D'}$  の間には、 $p_{D'} = \boxed{③} \times V_{D'} + \boxed{④}$  の関係がある。 $\boxed{③}$  と  $\boxed{④}$  に入る数式を解答せよ。

(10) この実験をばねの長さが等しくばね定数  $k'$  の別の軽いばねを用いて行ったところ、状態 C' から状態 D' への過程の間、気体の体積が増加しても気体の圧力は変化しなかった。ばね定数  $k'$  の大きさを、数字ならびに  $S, g, \rho$  の中から必要なものを用いて解答せよ。

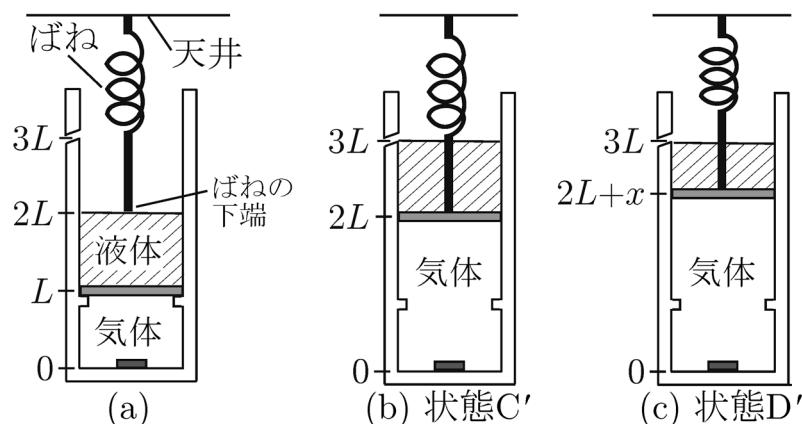


図 2

# 化 学

問題番号	ページ	解答用紙番号
化学1	15～16	61
化学2	17～18	62
化学3	19～20	63
化学4	21～22	64
化学5	23～24	65
化学6	25	66

化学を選択した場合は、化学1から化学6を解答してください。

解答する上で必要があれば、次の数値を用いること。

原子量： H = 1.00, Li = 6.90, C = 12.0, N = 14.0, O = 16.0, Na = 23.0, Cl = 35.5,

Ca = 40.0, Fe = 56.0, Co = 58.9, Cu = 63.5, Rb = 85.5

気体定数：  $8.31 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L}/(\text{K} \cdot \text{mol})$ ,  $8.31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$

アボガドロ定数：  $6.02 \times 10^{23} / \text{mol}$

理想気体のモル体積（0 °C,  $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ）： 22.4 L/mol

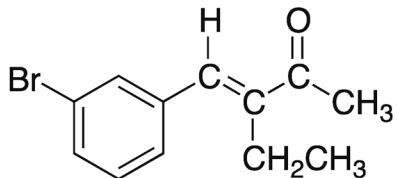
水のイオン積：  $1.00 \times 10^{-14} \text{ mol}^2/\text{L}^2$  (25 °C)

ファラデー定数：  $9.65 \times 10^4 \text{ C/mol}$

$$\log_{10} 2 = 0.301, \quad \log_{10} 3 = 0.477, \quad \log_{10} 5 = 0.699$$

$$1 \text{ nm} = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}$$

構造式は、特別の指示がない限り、下の例にならって記すこと。



# 化学 1

次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

いくつかの原子が結びついてできた原子のかたまりを分子という。2個の水素原子 H から水素分子  $H_2$  ができるときは、両方の水素原子が価電子を1個ずつ出しあって安定化する。この様な原子の結びつき方を（ア）結合という。このとき、水素分子中の水素原子はどちらも（イ）原子と同じ電子配置となる。一般に、異なる原子間の（ア）結合では、原子間に電子対が形成される。この電子対はどちらか一方の原子にかたよって存在する場合がある。この電子対を引き付けようとする強さの程度を（ウ）という。（ア）結合している原子間に電荷のかたよりがあるとき、結合に極性があるという。分子中の結合に極性があつても、分子全体では極性を持たないものもある。

問1 （ア）～（ウ）にあてはまる最も適切な語句を記せ。

問2 図1は水素分子の電子配置を示したものである。原子核○の中には水素の原子核の電荷が記されている。電子はK殻を示す点線上に●として示されている。アンモニア分子の電子配置について、解答欄の各原子の原子核○の中に原子核の電荷を記せ。また、電子殻を示すK殻、L殻の点線上に電子を●として、アンモニア分子のすべての電子を水素分子の例にならって記せ。

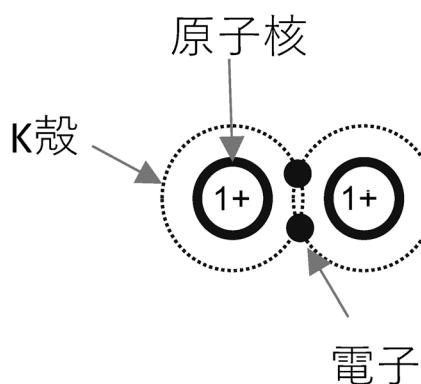


図1 水素分子の電子配置

- 問3 アンモニア分子中の窒素原子と同じ電子配置を持つ原子を元素記号で記せ。
- 問4 アンモニア分子は極性分子である。アンモニア分子の立体構造を図示し、極性分子である理由を3行以内で記せ。ただし、分子中の結合の極性と分子の立体構造の両方について言及すること。
- 問5 三フッ化ホウ素 ( $\text{BF}_3$ ) は無極性分子であるが、B-F 結合には極性がある。 $\text{BF}_3$  の立体構造を図示し、無極性分子である理由を3行以内で記せ。ただし、分子中の結合の極性と分子の立体構造の両方について言及すること。
- 問6 体積一定の容器内で窒素 2.00 mol と水素 7.00 mol を混合し、温度を 400 °C に保ち、反応が平衡に達したとき、アンモニア 2.00 mol が存在した。この時、反応容器中のアンモニアの分圧は  $1.00 \times 10^7 \text{ Pa}$  であった。水素の分圧は何 Pa か。また圧平衡定数  $K_p$  を求め、単位とともに記せ。それぞれ考え方を記し、有効数字2桁で答えよ。なお、容器内ではすべて気体として存在しており、気体は理想気体としてふるまうものとする。

## 化学 2

次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

水素以外の 1 族元素をアルカリ金属という。アルカリ金属の単体は、比較的やわらかく、融点が低い。アルカリ金属は、天然にはさまざまな塩として存在し、それらの塩は水によく溶けるものが多い。

これらの性質は、アルカリ土類金属の単体や塩にもあてはまることが多い。しかし、アルカリ金属の塩とアルカリ土類金属の塩とで、性質が異なるものもある。

表 1 に、アルカリ金属の単体とハロゲンの単体の融点をまとめた。

表 1

アルカリ金属の単体の融点 [°C]	ハロゲンの単体の融点 [°C]
Na	98
K	64
Rb	39
Cs	28
F <sub>2</sub>	-220
Cl <sub>2</sub>	-101
Br <sub>2</sub>	-7
I <sub>2</sub>	114

問 1 ナトリウムの塩 A～C の水溶液がある。A～C は、水酸化物、塩化物、炭酸塩のいずれかである。水溶液の濃度はいずれも 0.1 mol/L である。以下の（1）～（3）より、塩 A～C がそれぞれ何であるか、化学式で答えよ。

- (1) A の水溶液を硝酸銀水溶液と混ぜると、白色沈殿が生成した。
- (2) B の水溶液を硝酸銀水溶液と混ぜると、褐色沈殿が生成した。
- (3) C の水溶液を酢酸水溶液と混ぜると、気体が発生した。

問 2 炭酸ナトリウムと炭酸水素ナトリウムとの混合物が  $a$  [g] ある。これを蒸発皿で加熱して、炭酸水素ナトリウムをすべて炭酸ナトリウムに変えたところ、質量は  $b$  [g] になった。加熱前の混合物中では、炭酸水素ナトリウムの物質量は炭酸ナトリウムの物質量の何倍であったか、 $a$ ,  $b$  を用いて答えよ。なお、炭酸ナトリウム、炭酸水素ナトリウムは無水物とする。

- 問3 水酸化カルシウムは、25°Cで水 100 g に 0.148 g 溶解する。いま、水酸化カルシウム 10.0 g を水 1.00 L に加え、溶解平衡の状態にした。この間、水溶液の温度は 25°C に保った。この水溶液の pH を有効数字2桁で求めよ。考え方と計算過程も記せ。ただし、水の密度は 1.00 g/cm<sup>3</sup> とし、水酸化カルシウムの溶解にともなう体積および密度の変化は無視できるものとする。
- 問4 Rb（ルビジウム）単体の結晶の単位格子は体心立方格子であり、単位格子の一辺の長さは 0.570 nm である。Rb 結晶の密度 [g/cm<sup>3</sup>] を有効数字2桁で求めよ。
- 問5 表1に示すように、ハロゲン単体の融点は、原子番号が大きくなるほど高くなる。その理由を、ハロゲン単体の固体がどのような種類の結晶であるかを踏まえながら、2行以上4行以内で説明せよ。
- 問6 金属結晶中の原子は、金属原子の原子核と自由電子との間に働く静電気力によって結びついていると考えることができる。アルカリ金属の単体の融点は原子番号が大きくなるほど低いので、金属原子の原子核と自由電子との間に働く静電気力は、原子番号が大きくなるほど小さいといえる。なぜ、アルカリ金属原子の原子核と自由電子との間に働く静電気力は原子番号が大きくなるほど小さいのかを、2行以上4行以内で説明せよ。

## 化学 3

次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

文明の発展には多くの金属が深く関わってきた。青銅器時代の銅、鉄器時代の鉄、現代社会においてはリチウムである。特にリチウムを用いたリチウムイオン電池は、繰り返し充電と放電が可能なことから世界を大きく変えている。

リチウムイオン電池は、正極活物質には  $\text{Li}_{(1-x)}\text{CoO}_2$  ( $0 \leq x < 1$ )、負極活物質には黒鉛、電解液には有機溶媒にリチウム塩を溶解させた溶液が用いられる。黒鉛は、炭素原子が正六角形状に敷きつめられたシートが(i)弱い分子間力により積み重なった構造をしている。(ii)充電時には、外部からの電流により正極からリチウムイオンが脱離して負極の黒鉛シートの間に取り込まれる。(iii)このとき黒鉛シートを上からみると、リチウムイオンは炭素の正六角形の中心に位置している。この様子を図1に示した。黒鉛シートを上から見たとき、リチウムイオンが中心に位置する正六角形がお互いに隣り合うことなく最も密になると、 $\text{LiC}_6$  という化合物ができる。

また、放電時には、負極の黒鉛シートの間からリチウムイオンが移動し、正極に取り込まれることで電流が取り出せる。

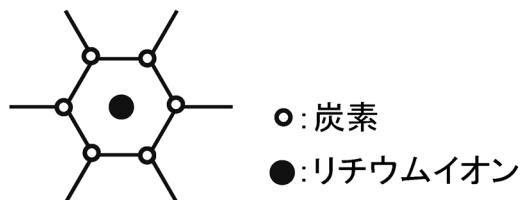


図1 黒鉛シートを上から見たときリチウムイオンが炭素の正六角形の中心に位置している様子

問1 黒鉛は炭素の単体であり、同素体が存在する。黒鉛以外の炭素の同素体の例を一つ挙げよ。

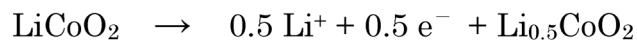
問2 下線部(i)のような分子間力は何と呼ばれるか。

問3 下線部(iii)ではリチウムイオンがどのように取り込まれているか。解答欄に上から見た黒鉛シートの一部の構造を示している。この黒鉛シートの分子構造の中にリチウムイオンを黒丸として記せ。黒丸を一か所だけ記載しているのでそれ以外の箇所で記載できるところをすべて書き込め。

問4 下線部(ii)に関して、充電時にリチウムイオンが黒鉛シートの間に取り込まれ  $\text{LiC}_6$  ができるときの反応を、電子  $e^-$  を含むイオン反応式で記せ。

問5 リチウムイオン電池に電源から  $193 \text{ mA}$  の電流を  $2000$  秒流して充電した。流れた電気量がすべて充電に使われたとして、負極の質量は何  $\text{g}$  変化したか。有効数字2桁で求めよ。質量が増加する場合は+、質量が減少する場合は-の符号を付すこと。

問6 黒鉛  $1.44 \text{ g}$  を用いてリチウムイオン電池を作製した。この電池を充電して、負極がすべて  $\text{LiC}_6$  になるとした場合、正極活物質として  $\text{LiCoO}_2$  は最低何  $\text{g}$  必要か。有効数字2桁で求めよ。ただし、正極のイオン反応は下式のとおりである。



問7  $\text{LiC}_6$  を大気中に出すと、大気中の水分と反応して分解する。このときの化学反応式を記せ。ただし、 $\text{LiC}_6$  は金属リチウムと似た性質を示し、水と反応する。

## 化学 4

次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

鉄には酸化数+2, +3 の化合物があり、鉄の酸化物には酸化鉄(II), 酸化鉄(III), 四酸化三鉄などがある。鉄は地球上の岩石中に鉄鉱石（酸化鉄）として存在する。

溶鉱炉では、赤鉄鉱（主成分：酸化鉄(III)）や磁鉄鉱（主成分：四酸化三鉄）などの鉄の酸化物を一酸化炭素により還元して銑鉄が製造される。溶鉱炉は、石炭を乾留して得られたコークスを利用するため、多量の二酸化炭素を排出する。そのため、一酸化炭素に加えて水素を用いて鉄鉱石を還元する水素還元製鉄と呼ばれる方法の実証が進められている。

鉄は大気中で酸化されやすいため、(i)鉄の表面を亜鉛でめっきする、あるいはスズでめっきすることで、さびを防ぐことがある。

問1 酸化鉄(III)を一酸化炭素で還元して鉄を得る反応の化学反応式を記せ。

問2  $\text{H}_2\text{O}$ (気)の生成反応をエネルギー図で描き、その生成熱を書き込むと図1のようになる。C(黒鉛)の燃焼熱 +394.0 kJ/mol と一酸化炭素の燃焼熱 +283.0 kJ/mol から、一酸化炭素の生成熱を求め、図1にならってエネルギー図を完成させよ。関係する化学式や数値も、図1のように図中に記せ。なお、数値は有効数字3桁で記せ。

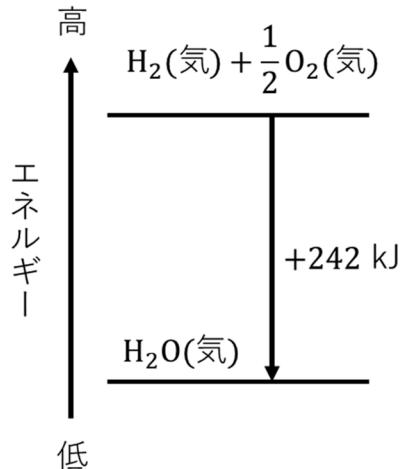


図1

- 問3 酸化鉄(III)の生成熱は +824.0 kJ/mol であり、C(黒鉛)の燃焼熱は +394.0 kJ/mol である。酸化鉄(III)をコークスで還元して鉄 1.00 mol を得る反応の反応熱 [kJ] を符号とともに有効数字3桁で記せ。ただし、コークスはC(黒鉛)とする。
- 問4 酸化鉄(III)を水素で還元すると、鉄と水が生成する。この反応の化学反応式を記せ。
- 問5 赤鉄鉱に含まれる酸化鉄(III)が質量百分率で 42.0% であるとき、酸化鉄(III)を水素により還元し、鉄の単体 28.0 kg を製造するのに必要な赤鉄鉱は何 kg か、有効数字2桁で記せ。
- 問6 下線部(i)に関して、鉄を亜鉛あるいはスズでめっきした金属板がある。これらの金属板の表面を傷つけ、鉄の表面を露出させた。このとき鉄の表面がさびにくいのはどちらの金属でめっきした場合か、めっきした金属を化学式で記せ。また、この金属板がさびにくい理由を3行以内で記せ。

## 化学 5

[ I ] 有機化合物 **A** は、分子式  $C_{12}H_{13}NO_3$  を有する。この化合物に関し、次の実験 1～実験 6を行った。以下の問い合わせに答えよ。

**実験 1 :** 化合物 **A** を炭酸水素ナトリウム水溶液に加えたところ気体が発生した。

**実験 2 :** 0.1 mol の化合物 **A** を完全に加水分解したところ、化合物 **B** と化合物 **C** が、それぞれ 0.1 mol ずつ得られた。また、化合物 **B** と化合物 **C** の分子量の和は化合物 **A** の分子量より 18.0 大きかった。

**実験 3 :** 化合物 **B** を分析したところ、カルボキシ基を 2 つ有し、かつ (i) 窒素原子を含まないことが分かった。

**実験 4 :** 化合物 **C** を分析したところ、化合物 **C** はベンゼンの二置換体で、2つの置換基は互いのパラ位についていた。また分子量が 107.0 であった。

**実験 5 :** 白金触媒を用いて、化合物 **B** に水素を付加させると、不斉炭素原子を持たないカルボン酸が得られた。

**実験 6 :** 化合物 **A** は不斉炭素原子を持たない。しかし化合物 **A** に白金触媒を用いて水素を付加させると、不斉炭素原子を持つ化合物 **D** が得られた。

問 1 化合物 **C** の構造式を記せ。

問 2 化合物 **C** を空气中で長時間放置するとどのような変化が起こるか記述せよ。

問 3 実験 3 の下線部(i)に関して、有機化合物中に窒素原子があるかないかを判断する実験方法を考え、4行以内で説明せよ。ただし、実験には、以下に示す試薬から適切なものを選んで用いること。必要なら何度も使用してもよい。

濃硫酸、濃塩酸、無水酢酸、水酸化ナトリウム、蒸留水、ジエチルエーテル

問 4 化合物 **B** の構造式を記せ。

問 5 化合物 **D** の構造式を記せ。ただし、鏡像異性体は区別しなくてよい。

[II] 油脂に関する次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

グリセリンと高級脂肪酸とのエステルを油脂という。油脂には、牛脂のような常温で固体の脂肪と、植物油のように常温で液体の脂肪油がある。脂肪油の中には、空気中で酸化されて固化しやすいものがある。これらは（ア）とよばれ、塗料などに利用される。油脂を構成する脂肪酸には、飽和脂肪酸と不飽和脂肪酸がある。飽和脂肪酸の分子は、直線状の構造をしている。天然の油脂を構成している不飽和脂肪酸は、炭素原子間の多くの二重結合に関して（イ）形の立体異性体であるため、その分子は折れ曲がった構造をしている。

油脂をけん化するとセッケンが得られる。セッケンは弱酸であるカルボン酸のアルカリ金属塩であるために、その溶液は塩基性を示す。一方、強酸である（ウ）のアルカリ金属塩は、合成洗剤として使われており、その溶液は中性である。

単一の化合物からなる油脂**E**が入っているビンを見つけた。これに以下の実験1～実験4を行った。

**実験1：**油脂**E**を分析したところ旋光性を有し、グリセリンおよびステアリン酸( $C_{17}H_{35}COOH$ )とカルボン酸**F**のみから構成されていることが分かった。

**実験2：** $x$  [g] の油脂**E**を水酸化ナトリウムで完全にけん化した。この時、最低 30.0 g の水酸化ナトリウムが必要であった。

**実験3：** $x$  [g] の油脂**E**を、白金触媒存在下、水素と反応させた。その結果、0.500 mol の水素が消費され、油脂**G**が得られた。

**実験4：**油脂**G**を分析したところ、グリセリンおよびステアリン酸( $C_{17}H_{35}COOH$ )のみから構成されていることが分かった。

問6 文章中の（ア）～（ウ）に適切な語句を入れて、文章を完成させよ。

問7 カルボン酸**F**として考えられるものをすべて化学式で記せ。ただし、カルボン酸は $C_mH_nCOOH$  ( $m, n$  には数値を入れること) と記すものとする。

問8 実験2および実験3で量りとった油脂**E**の量  $x$  [g] を求め、整数で答えよ。

問9 油脂**E**として考えられるものをすべて構造式で記せ。ただし、ステアリン酸は $RsCOOH$ 、カルボン酸**F**は $C_mH_nCOOH$  ( $m, n$  には数値を入れること) と略記し、油脂**E**の脂肪酸の炭化水素基部分はこの略記を用いること。ただし、鏡像異性体は区別しなくてよい。

## 化学 6

次の文章を読み、以下の問いに答えよ。

デンプンとセルロースは、どちらも多数の单糖が重合してできた天然高分子化合物であるが、その分子構造や性質は異なる。例えば、デンプンはらせん状の構造をとり、熱水に溶けやすい。(i)一方、セルロースは直線状の構造をとり、熱水や有機溶媒にも溶けにくい。また、(ii)デンプンはヨウ素デンプン反応を示すが、セルロースは示さない。デンプンとセルロースは、(iii)酸を加えて長時間加熱すると加水分解され、どちらも最終的には单糖の（ア）になる。

セルロースは化学的に処理することにより様々な纖維の原料として利用されている。例えば、セルロースに無水酢酸、酢酸、および少量の濃硫酸を加えて十分に反応させると（イ）基が完全にアセチル化され、トリアセチルセルロースが得られる。トリアセチルセルロースは水やアセトンに溶けにくいが、(iv)エステル結合の一部を加水分解することでアセトンに良く溶けるジアセチルセルロースが得られる。これを紡糸したものは（ウ）と呼ばれ、天然纖維の化学的処理によって作られる半合成纖維の一つである。

問1 （ア）～（ウ）にあてはまる適切な語句を記せ。

問2 下線部(i)について、セルロースが熱水に溶けにくい理由を2行以内で説明せよ。

問3 下線部(ii)について、ヨウ素デンプン反応によって呈色した水溶液を加熱すると、水溶液は無色になる。この理由について2行以内で説明せよ。

問4 下線部(iii)について、デンプンやセルロースの加水分解により水溶液中にグルコースが生成したことを確認するための適切な方法を一つ記せ。

問5 下線部(iv)について、トリアセチルセルロース ( $[C_6H_7O_2(OCOCH_3)_3]_n$ ) 43.2 g を加水分解するとジアセチルセルロース ( $[C_6H_7O_2(OH)(OCOCH_3)_2]_n$ ) が 29.8 g 得られた。このとき、トリアセチルセルロース中のアセチル基の何%が加水分解されたか。有効数字2桁で答えよ。ただし、トリアセチルセルロースは、ジアセチルセルロースにのみ変換されたものとする。