

解答 1

(i) $\frac{1}{36}$

(ii) $\frac{1}{216}$

(iii) $\frac{1}{25}$

(iv) $\frac{1}{2^m \cdot 9}$

(v) $\frac{1}{2^m \cdot 3^{k+1}}$

(vi) $\frac{1}{2^m \cdot 18} \left(1 - \frac{1}{3^{m-2}}\right)$

解答 2

$$(i) \quad y = -\frac{1}{a}(x - t) + t^3$$

$$(ii) \quad \frac{|at - t^3|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$(iii) \quad s = \frac{at^3 + t}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$(iv) \quad V = \frac{8}{105} \cdot \frac{a^3 \sqrt{a}}{\sqrt{a^2 + 1}} \pi$$

$$(v) \quad \frac{4\sqrt{2}\pi}{105}$$

解答 3

(i) $f_3(x) = 4x^3 - 3x$

(ii) $n = 1, 2$ のとき成立することを確認し, 次に $n = k, k + 1$ に対して成立すると仮定して $n = k + 2$ のときを示せばよい。(詳細は省略する。)

(iii) $\cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{k\pi}{n}\right)$ ($k = 0, 1, \dots, n - 1$)

(iv) 式 $f_3(\cos \theta) = \cos 3\theta$ および $\cos 3\theta = \frac{1}{2}$ から

$$4\left(\frac{q^3}{p^3}\right) - 3\left(\frac{q}{p}\right) = \frac{1}{2}$$

が得られるが, この等式を満たす p, q は存在しないことが確認できる。(詳細は省略する。)

解答 4

(i) $m = 2, n = -3$

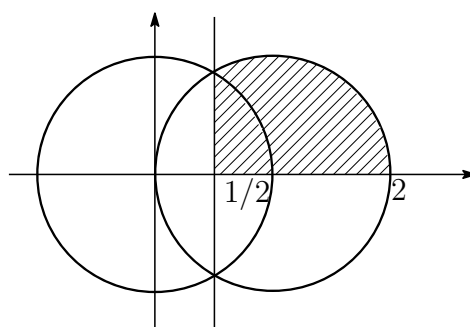
(ii) $t = \frac{p}{a^2}$ のとき最小値 $\sqrt{b^2 - \frac{p^2}{a^2}}$ をとる。

(iii) $b \sin \theta$

(iv) 任意の整数 m, n ($(m, n) \neq (0, 0)$) に対して, 不等式 $|m\vec{a} + n\vec{b}| \geq |\vec{a}|$ が成り立つことが示される。(詳細は省略する。)

(v) 点 B の存在領域は以下のとおりである。

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1, \\ x \geq \frac{1}{2}, \\ y > 0 \end{cases}$$



(ただし, x 軸上の部分は含まれない。)