

(前期日程)

「解答はじめ」の合図があるまでは問題冊子を開いてはいけません。

注 意 事 項

1. 問題冊子は1ページから5ページまでの綴りでできています。「解答はじめ」の合図の後、ページの落丁、乱丁あるいは印刷の不鮮明なものがあれば、手をあげて試験監督者に申し出てください。
2. 問題は4問あり、それぞれに解答用紙が1枚(表裏計2ページ)ずつ、合計4枚(8ページ)あります。4枚の解答用紙のすべての表に受験番号を必ず記入してください。解答用紙の裏には受験番号を記入する必要はありません。
3. 解答は該当する解答用紙に記入してください。解答用紙の表と裏では上下が逆になっています。記入の際には注意してください。
4. 問題冊子の空白のページや余白は、下書き用紙として使用してください。
5. 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

a を正の実数とする。円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と 曲線 $D: y = ax^2 - 1$ について、次に答えよ。

- (i) a の値によらず、円 C と 曲線 D の両方がつねに通る点の座標を求めよ。
- (ii) 円 C と 曲線 D が (i) で求めた点以外で交点をもつとき、 a の範囲を求めよ。
- (iii) a が (ii) で求めた範囲にあるとき、(i) で求めた点以外の円 C と 曲線 D の交点の座標を a を用いて表せ。
- (iv) (iii) で求めた交点を通り、 x 軸と平行な直線を l とする。直線 l と 曲線 D で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を a を用いて表せ。
- (v) (iv) で求めた立体の体積 V の最大値を求めよ。また、そのときの a の値を求めよ。

L を正の定数とする。3 以上の整数 n に対して、辺の長さの和が L である正 n 角形を P_n とし、 P_n の面積を $S(n)$ とする。次に答えよ。

- (i) P_n の外接円の中心から各辺に下ろした垂線の長さを h とする。 h を L と n を用いて表せ。
- (ii) $S(n)$ を L と n を用いて表せ。
- (iii) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ において、関数 $f(x) = \frac{\tan x}{x}$ が単調増加であることを示せ。
- (iv) $S(n)$ と $S(n+1)$ の大小を比較せよ。
- (v) $\lim_{n \rightarrow \infty} S(n)$ を L を用いて表せ。

平面 α 上の $\triangle OAB$ に対して、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $|\vec{a}| = 1$ 、 $|\vec{b}| = t$ 、 $\angle AOB = \theta$ とする。
ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする。また、 $\triangle OAB$ の面積を S とする。次に答えよ。

(i) $|\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 - 4\sqrt{3}S$ を t 、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$ を用いて表せ。

(ii) t を固定したとき、(i) で求めた式を $f(\theta)$ とする。 $f(\theta)$ の最小値を t を用いて表せ。
また、その最小値をとるときの θ の値を求めよ。

設問 (iii)、(iv) では、点 P が平面 α 上を動くものとし、 $\overrightarrow{OP} = \vec{x}$ とする。

(iii) t および θ を固定したとき、 $|\overrightarrow{OP}|^2 + |\overrightarrow{AP}|^2 + |\overrightarrow{BP}|^2$ の最小値を t 、 $\cos \theta$ を用いて表せ。また、その最小値をとるときの \vec{x} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(iv) t 、 θ および \vec{x} によらず、 $|\overrightarrow{OP}|^2 + |\overrightarrow{AP}|^2 + |\overrightarrow{BP}|^2 \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}S$ が成り立つことを示せ。また、この不等式において等号が成立するのはどのような場合か答えよ。

人工知能ベンチャータウンにある A 社と B 社は、「はい」か「いいえ」で答えられる質問に回答する知能ロボットを開発した。質問に対して、A 社製のロボットは、 $\frac{4}{5}$ の確率で正しい答えを返し、 $\frac{1}{5}$ の確率で間違った答えを返す。B 社製のロボットは、 $\frac{1}{10}$ の確率で正しい答えを返し、 $\frac{9}{10}$ の確率で間違った答えを返す。A 社製のロボットが 3 体、B 社製のロボットが 3 体、計 6 体のロボットがある。これらのロボットは外見では区別することができない。

ベンチャータウンの入口に、二股の分かれ道があり、一方の道は A 社へ、もう一方の道は B 社へ続いている。この入口に、6 体の中から無作為に選ばれた 1 体のロボットが案内役として立っている。次に答えよ。

- (i) 案内役ロボットに「あなたは A 社製のロボットですか？」と質問して、答えが「はい」である確率を求めよ。
- (ii) 案内役ロボットに「あなたは A 社製のロボットですか？」と質問して、答えが「はい」であったとき、このロボットが A 社製のロボットである確率を求めよ。
- (iii) 案内役ロボットに、一方の道を指しながら「この道はあなたを作った会社へ続く道ですか？」と質問して、答えが「はい」であったとき、指した道が A 社へ続く道である確率を求めよ。
- (iv) 案内役ロボットが、(ii), (iii) のどちらの質問に対しても「はい」と答えたとき、指した道が A 社へ続く道である確率を求めよ。
- (v) 残りの 5 体のロボットの中から無作為に選ばれた 1 体のロボットが入口にやってきた。これら 2 体のロボットに「あなたたちは同じ会社製のロボットですか？」と質問したところ、案内役ロボットは「はい」と答え、あとから来たロボットは「いいえ」と答えた。このとき、2 体とも A 社製のロボットである確率を求めよ。

平成30年度九州工業大学個別学力検査（前期日程）

問題訂正

『数学』

問題訂正

5ページ 問題 4 の (iii) の1行目

【誤】案内役ロボットに、一方の……。

【正】案内役ロボットに、無作為に選んだ一方の……。